האוניברסיטה הפתוחה  
המחלקה למתמטיקה ומדעי המחשב

**אלגוריתמי חילוץ דרך מתצלומי אוויר ותצלומי לווין עבורGIS**

עבודה מסכמת זו הוגשה כחלק מהדרישות לקבלת תואר

"מוסמך למדעים" .M.Sc במדעי המחשב

באוניברסיטה הפתוחה

החטיבה למדעי המחשב

על-ידי

**דוד לוין**

ת"ז 029574829

העבודה הוכנה בהדרכתה של ד"ר מיריי אביגל

יולי 2012

**אלגוריתמי חילוץ דרך מתצלומי אוויר ותצלומי לווין עבור GIS**

**ראשי פרקים לעבודה מסכמת**

[1. מבוא וסקר ספרות 2](#_Toc310277331)

1.1. [הקדמה................................................................................................................... 2](#_Toc310277332)

[1.2. מאפייני דרך וביטויים בתצלומי אוויר ותצלומי לווין 3](#_Toc310277333)

[1.3. הקשיים בזיהוי דרך או רשת דרכים מתצלום 4](#_Toc310277334)

[1.4. מושגי יסוד ושיטות לייצוג דרך 5](#_Toc310277335)

[1.5. סקר ספרות............................................................................................................. 6](#_Toc310277336)

[1.6. מבנה העבודה........................................................................................................ 13](#_Toc310277337)

[2. אלגוריתם סגמנטציה סטטיסטי לפתרון בעית חילוץ דרך מתמונה 15](#_Toc310277338)

[2.1. חילוץ קטעי דרך בולטים (salient) 15](#_Toc310277339)

[2.2. מיזוג איזורים סטטיסטי (Statistical Region Merging - SRM) 15](#_Toc310277340)

[2.2.1. יחידות התפישה של תמונה 15](#_Toc310277341)

[2.2.2. מודל סטטיסטי לתמונה 18](#_Toc310277342)

[2.2.3. פרדיקט המיזוג 20](#_Toc310277343)

[2.2.4. סדר המיזוג.... 24](#_Toc310277344)

[2.2.5. תמונות צבע. 26](#_Toc310277345)

[2.3. אלגוריתם SRM.................................................................................................... 27](#_Toc310277346)

[2.4. מציאת שלד של סגמנט (skeletonization) בשיטת התפתחות עקום בדיד  
 (DCE – Discrete Curve Evolution) 27](#_Toc310277347)

[2.4.1. הגדרות....... 27](#_Toc310277348)

[2.4.2. התפתחות של עקום בדיד 28](#_Toc310277349)

[3. אלגוריתם מבוסס על מורפולוגיה מתמטית לפתרון בעית חילוץ דרך 30](#_Toc310277350)

[3.1. מורפולוגיה מתמטית וגרנולומטריה (granulometry) 30](#_Toc310277351)

[3.2. פעולות מורפולוגיות........ 30](#_Toc310277352)

[3.2.1. פתיחה מורפולוגית טריויאלית 30](#_Toc310277353)

[3.3. שחזור (reconstruction) עבור תמונות בינאריות 32](#_Toc310277354)

[3.3.1. הרחבה גאודזית (geodesic dilation) 32](#_Toc310277355)

[3.3.2. דיקוק (thinning) 35](#_Toc310277356)

[3.4. גרנולומטריה (granulometry) 36](#_Toc310277357)

[3.5. אלגוריתם מורפולוגי למציאת דרך בתמונת גווני אפור 38](#_Toc310277358)

[4. שיטות פתרון בעית חילוץ דרך מתמונות אוויר או לווין באמצעות תכנון דינמי 43](#_Toc310277359)

[4.1. מבוא................................ 43](#_Toc310277360)

[4.2. פתרון בעית חילוץ דרך מתמונות אוויר או לווין באמצעות תכנון דינמי 43](#_Toc310277361)

[4.2.1. קביעת מרחק בין שתי עקומות 43](#_Toc310277362)

[4.2.2. מודל דרך והגדרת פונקצית מטרה 45](#_Toc310277363)

[4.2.3. מציאת מקסימום לפונקצית המטרה באמצעות תכנון דינמי 47](#_Toc310277364)

[4.2.4. עידון חיפוש הצמתים לאורך הדרך 48](#_Toc310277365)

[5. פתרון בעית חילוץ רשת דרכים באמצעות מתאר פעיל 51](#_Toc310277366)

[5.1. הקדמה................................................................................................................ 51](#_Toc310277367)

[5.1.1. אנרגיה פנימית 52](#_Toc310277368)

[5.1.2. אנרגיה חיצונית 53](#_Toc310277369)

[5.1.3. מציאת מינימום לאנרגית הנחש באמצעות משוואת אוילר 53](#_Toc310277370)

[5.2. שיטות אוטומטיות באופן חלקי ומעבר לאוטומטיזציה מלאה 54](#_Toc310277371)

[5.3. Ziplock snakes 55](#_Toc310277372)

[5.3.1. צמצום הצורך בקירוב פוליגוני מושלם לתוואי הדרך 55](#_Toc310277373)

[5.3.2. הצגת נחש בצורה בדידה 55](#_Toc310277374)

[5.3.3. פתרון בעית המינימיזציה עם תנאי שפה 57](#_Toc310277375)

[5.4. Ribbon Snake............. 58](#_Toc310277376)

[5.5. Gradient Vector Flow (GVF) 60](#_Toc310277377)

[5.6. מודל ריבועי לנחשים (quadratic snake model) 63](#_Toc310277378)

[5.6.1. שימוש בשדה הוקטורי................ 66](#_Toc310277379)

[5.7. משפחה של נחשים ריבועיים 66](#_Toc310277380)

[5.8. תוצאות ניסויים של הרצת אלגוריתם מבוסס על משפחת נחשים   
 במודל לינארי וריבועי............... 67](#_Toc310277381)

[6. סיכום וכיווני מחקר נוספים ...70](#_Toc310277382)

[6.1. פירוק בעית מציאת רשת דרכים מתצלומי אוויר או תצלומי לווין לתת בעיות 70](#_Toc310277383)

[6.2. סיכום השיטות לפתרון בעית מציאת רשת דרכים מתצלומי אוויר ומתמונות לווין  
 והסקת מסקנות ........................................... . 71](#_Toc310277384)

[6.3. פתרון אינטגרטיבי לבעית חילוץ רשת דרכים מתמונות אוויר ומתמונות לווין 74](#_Toc310277385)

[6.4. חילוץ דרך מצילומי אוויר ותמונות לווין – ראיה לעתיד 79](#_Toc310277386)

רשימת [מקורות](#bibliography) [......................... .............. ............................................................](#bibliography)81

[נספח איורים וטבלאות 87](#figures)

**תקציר**

לבעית חילוץ דרך מתצלומי אוויר או תמונות לווין חשיבות רבה בייצור ועדכון אוטומטיים של תכנים בעבור מערכות מידע גאוגרפיות. לעבודה זו שתי מטרות: המטרה הראשונה הינה סקירה של אלגוריתמים לחילוץ דרך, רשת דרכים או רשתות דרכים, מתמונת קלט בודדת המתקבלת מתצלום אווירי או מלווין בצורה אוטומטית חלקית ואוטומטית מלאה. המטרה השניה מהווה ניסיון לשפר את האלגוריתמים שהוצגו בעבודה. עבודה זו מציגה את מורכבות הבעיה, סוקרת ומנתחת אלגוריתמים עכשויים לפתרונה. מסקירה זו ניתן ללמוד על המגוון הרחב של שיטות שהוצעו לפתרון הבעיה ועל יתרונותיו וחסרונותיו של כל אחד מן הפתרונות המוצגים בעבודה. כפי שניתן ללמוד מהעבודה חלק מן האלגוריתמים מותאמים לאיזורים מסוימים, כגון: עיר, כפר או איזור בין-עירוני ואילו אחרים הם כלליים יותר. השיטות המוצגות בעבודה זו לפתרון הבעיה כוללות: שילוב של אלגוריתם סטטיסטי לביצוע סגמנטציה והתפתחות עקום בדיד (discrete curve evolution), אלגוריתם מורפולוגי לפתרון הבעיה, פתרון הבעיה באמצעות תכנון דינמי ואלגוריתם המבוסס על שילוב של משפחת נחשים (active contours) ריבועיים ושדה גרדיאנט וקטורי (gradient vector flow). מתוך ניתוח האלגוריתמים בעבודה עולה כי הם אוטומטיים באופן חלקי בלבד. מסקנה נוספת היא שאת התוצאות המתקבלות מהפעלת אלגוריתמים על תמונות בהן מופיעות רשתות דרכים מורכבות ניתן לשפר, קרי, קיימים פערים בין מראה הרשתות במציאות לבין הרשתות שנמצאו באמצעות האלגוריתמים. על מנת לשפר את תוצאות האלגוריתמים וליצור אלגוריתם אוטומטי באופן מלא, מציע המחבר פתרון אינטגרטיבי המשלב בין מספר מרכיבים: אלגוריתם הסגמנטציה הסטטיסטי והאלגוריתם המבוסס על משפחת נחשים ריבועיים שנסקרו ונותחו בעבודה זו ורכיב נוסף שפותח בעבודה זו המבוסס על פרדיגמת קו הסריקה. אחת הבעיות העיקריות בהן נתקלים בתחום חילוץ דרך הינה האופן שבו מבוצע אתחול הפתרון. מרביתם של האלגוריתמים מניחים כי בן-אנוש מבצע אתחול לפתרון על-ידי סימונו על גבי התצלום. המחבר מציע להתגבר על בעיה זו באופן אוטומטי באמצעות ביצוע סגמנטציה כשלב מקדים ואתחול הנחשים באיזורים בהם נתגלו סגמנטי דרך. בעיה נוספת המתעוררת ברשתות מורכבות הינה הימצאותן של דרכים ראשיות ומשניות בעלות רוחב שונה אחת מן השניה בתמונה. על מנת לזהות את מרכיביה השונים של הרשת ולאמוד את רוחבם, מציע המחבר להשתמש באלגוריתם מבוסס על פרדיגמת קו הסריקה. אלגוריתם זה יודע לזהות הפרעות כגון צל עצים וצל בתים המוטלים על הדרך וגורמים לשיבוש גוון הדרך וכתוצאה מכך משבשים את רוחב סגמנט הדרך המתקבל מאלגוריתם הסגמנטציה. אחד היתרונות המרכזיים של אלגוריתם הסגמנטציה הינה האפשרות לקבוע את איכות הסגמנטציה באמצעות פרמטר. ככל שערכו של פרמטר זה גדול יותר כך הסגמנטציה עדינה יותר. המחבר מציע לבצע שימוש בתכונה זו לפתרון בעיה נוספת עליה ניתן ללמוד מהתבוננות בתצלומים. בעיה זו באה לידי ביטוי בקטעי דרך בהם קיים רעש הגורם לשינוי מסוים בגוון הדרך. ניתוח תוצאות האלגוריתמים מעיד על קושי להתמודד עם הפרעות אלו, עובדה המתבטאת בתוצאותיהם בהן מופיעים קטעי דרך מקוטעים על אף היותם רציפים במציאות. מתוך התבוננות בתמונות עולה כי לעתים קרובות הגוון הממוצע בקטעים אלו שונה אומנם מזה של משטח הדרך אולם ניתן לראות כי הוא קרוב יותר אליו מאשר לזה של סביבת הדרך. לפיכך אנו ממליצים בעבודה זו לבצע סגמנטציה גסה יותר מזו שנעשתה בשלב הראשון באיזורים אלו, בתקווה שתוביל לסגמנט רציף.

# מבוא וסקר ספרות

## הקדמה

מערכת מידע גאוגרפית (Geographic Information System - GIS) משלבת חומרה, תוכנה ונתונים על מנת לתפוס, לנהל, לנתח מידע גאוגרפי המתיחס למיקומים על פני משטח כדור הארץ.

על פי החוק בישראל דרך מוגדרת כך: כל מקום פתוח שיש לציבור זכות לעבור בו, ברכב או ברגל.  
במונח זה נכללים: כביש, שביל, כיכר, מסילה, מעבר, גשר, שוליים, מדרכות, שטחי הפרדה וכדומה. רשת דרכים היא מערכת גדולה של דרכים מקושרות המאפשרת תנועה בין הדרכים המרכיבות אותה. לדרכים חשיבות רבה מאז ימי קדם, לפני המצאת כלי רכב הנעים בים ובאוויר היוו הדרכים אמצעי יחיד לתעבורת סחורה ובני אדם ממקום אחד לאחר. אפילו בתקופה זו של חברה מודרנית, דרכים עדיין מהוות את אחד האמצעים בהם משתמשים לעתים תכופות ביותר לטיול ותעבורה. באיחוד האירופי, דרכים משמשות להעברת 44% מכל הסחורות ו-85% מכל בני האדם [37].

עם ההתפתחות של טכנלוגית המחשבים אנשים דורשים בדחיפות גישה מהירה ועדכון מהיר של מערכות מידע גאוגרפיות (GIS). הדרך היא אינפורמציה בסיסית חשובה ביותר, ולחילוץ דרך יש השפעה גדולה על התפתחות של מערכת מידע גאוגרפית [27].

לעבודה זו שתי מטרות: המטרה הראשונה של עבודה זו היא סקירה של אלגוריתמים לחילוץ דרך, רשת דרכים או רשתות דרכים בצורה אוטומטית חלקית ואוטומטית מלאה הן מתמונות אוויר והן מתמונות לווין.   
כפי שנראה בהמשך עבודה זו, המעבר מאלגוריתמים אוטומטיים באופן חלקי לאלגוריתמים אוטומטיים באופן מלא כרוך בקשיים. לפיכך בעבודה זו הוגדרה מטרה נוספת והיא להתגבר על הקשיים של האלגוריתמים שיוצגו בעבודה זו ולהציע פתרון המשלב מספר שיטות מתוך העבודה על מנת להגיע לפתרון אוטומטי באופן מלא לבעית חילוץ הדרך מתמונת אוויר או תמונת לווין.

הקלט לבעית חילוץ הדרך או רשת הדרכים בעבודה זו הוא תמונה בודדת שצולמה מן האוויר או שהתקבלה מתצלומי לווין.

הפלט הוא תמונת הקלט בשילוב סימון שולי הדרך של כל הדרכים המצויות בה.

חשיבות חילוץ הדרך בכך שהיא מספקת מידע הקשרי לניתוח נוף ומאפשרת ייצור אוטומטי של תכנים בעבור מערכות מידע גאוגרפיות.   
חוץ מאפליקציות מסחריות, בחילוץ רשת הדרכים ניתן להשתמש לתכנון עירוני ולתכנון תגובה במקרי חירום [[46.

בשנים האחרונות פותחו מערכות תצלומי לווין מסחריות בעלות יכולות צילום לוויני ברזולוציה גבוהה ובמרחב המכסה את מירב שטחו של כדור הארץ כדוגמת IKONOSו- QuickBird . מערכות אלו נמצאות בשימוש נרחב ותצלומיהן יכולים לשמש כקלט על מנת לחלץ דרכים. השימוש במערכות תצלומי הלווין התווסף לתצלומים מן האוויר שקיימים זמן רב . מאחר שפענוח אנושי של תמונות אוויר וצילומי לווין צורך זמן וכסף רב, פותחו שיטות ואלגוריתמים בגישות שונות לפתרון בעית חילוץ דרך מתצלומי אויר ותצלומים לויניים של כדור הארץ.

בחילוץ אוטומטי של דרך או רשת דרכים מתצלומי אוויר או מתמונות לווין קיימים מספר קשיים: תמונות הקלט כוללות בדרך כלל מספר אוביקטים רב, בפרט עצים המסתירים חלקים של הדרך וגגות בתים הקרובים מאד אל הדרך שצבעם נראה כצבעה של הדרך. צבעה של הדרך בקטע מסוים בדרך כלל הומוגני, אולם צל של עצים או בתים משנה את גוון הדרך כפי שהוא נראה בתמונה.

לצורתה של הדרך מספר מאפיינים בולטים: שולי הדרך בדרך כלל מקבילים זה לזה, רוחבה של הדרך בקטע מסוים בדרך כלל קבוע, העקמומיות של הדרך בדרך כלל קטנה, הדרך היא רציפה.  
למרות זאת קיימים קשיים המקשים לזהות את הדרך על פי צורתה. למשל קיימים מקרים בהם כביש רחב הופך להיות צר יותר, רוחבה של הדרך קבוע בקטע מסוים אך יתכנו קטעים או כבישים ראשיים רחבים יותר מכבישים צדדיים. עקמומיות הדרך בדרך כלל קטנה אולם בצמתים (מפגשי כבישים) קיימת עקמומיות גבוהה, רשת הדרכים היא רציפה אך בשל הסתרתם של חלקי דרך בתמונה המצולמת מלמעלה נוצרים פערים בין חלקי הדרך כפי שהם נראים בתמונה.

הקשיים בחילוץ דרך באים לידי ביטוי באלגוריתמים שיסקרו בעבודה זו בשלושה מישורים עיקריים: רוב האלגוריתמים מסתמכים על תנאי התחלה הנותנים מידע כלשהו על מיקומם של הקטעים המרכיבים את רשת הדרכים. מציאת תנאי התחלה כגון תחילת כל קטע דרך וסיומו באופן אוטומטי הינה משימה קשה. המישור השני בו קיים קושי מתיחס לפרמטרים המאפיינים את הרשת או את חלקיה. דוגמה לפרמטר המאפיין קטע מתוך רשת הדרכים הינו רוחבה של הדרך בקטע זה. לעתים מבוצעת הפרדה גסה יותר לדרכים ראשיות שרוחבן גדול יותר לעומת דרכים מישניות שרוחבן צר יותר. המצב כיום הוא שאתחול הרשת וקביעת רוחב כבישיה דורש התערבות אנושית. המישור השלישי מתיחס לחלק האחרון של האלגוריתם לחילוץ דרך. כפי שנראה הפלט של האלגוריתמים אינו רשת דרכים מושלמת ורציפה, הקושי העיקרי טמון בצורך לקבוע האם לקשר קטעים מרשת הדרכים שקיים פער ביניהם בתמונה ולבצע קישור מתאים באם קיים צורך כזה.

## מאפייני דרך וביטויים בתצלומי אוויר ותצלומי לווין

מאפייני הדרך העיקריים עשויים לעזור בחילוצה מתצלום אווירי או מתצלום לווין. מאפיינים אלו הינם בדרך כלל נכונים, למקרים יוצאי הדופן נתיחס בסעיף 1.3 הדן בקשיים בזיהוי דרך או רשת דרכים. ניתן לחלק את המאפיינים לחמש קבוצות: מאפיינים גאומטריים, רדיאומטריים, טופולוגיים, פונקציונליים ותלויי הקשר [42].

המאפיינים הראשון והשני מתיחסים לצורתה של הדרך. בתמונות שצולמו מגובה רב נראות הדרכים כרצועות ארוכות בעלות רוחב הקטן בהרבה מאורכן. רצועות אלו אינן בהכרח ישרות אולם העקמומיות המקסימלית שלהן היא קטנה, זאת כיון שהן מותאמות לנסיעה של כלי רכב עליהן במהירויות גבוהות ובשל כך יש לצפות למיעוט פניות חדות או עיקולים חדים. יוצא דופן הוא מקרה של צומת בו תתכן עקמומיות גבוהה. המאפיינים השלישי והרביעי הינם מאפיינים רדיאומטריים: רשת הדרכים מורכבת מחלקים שכל אחד מהם נראה כמשטח בעל גוון צבע הומוגני האופיני לסוג המשטח ממנו עשוי חלק זה. כמו כן יש בדרך כלל ניגוד ברור בין גוון הדרך לגוון האיזורים מסביבה. המאפיין החמישי הוא מאפיין טופולוגי, דרכים מאפשרות גישה לכיוונים שונים, מסיבה זו דרכים המובילות לכיוונים שונים לעתים נחתכות ויוצרות רשת דרכים.

מאפיינים פונקציונאליים של הדרך, כגון קישור של ערים זו לזו לא ידונו בעבודה זו.

מאפיינים תלויי הקשר מתיחסים לסביבתה של הדרך, מאפיינים אילו כוללים בין היתר את השפעתם של מכוניות הנמצאות על הדרך, גשרים הנמצאים מעל הדרך ועצים ובניינים הנמצאים לצד הדרך.המאפיינים תלויי ההקשר שצוינו קודם מקשים בדרך כלל על זיהוי הדרך, לפיכך נידון בהם ביתר פירוט בסעיף 1.3 הדן בקשיים בזיהוי דרך או רשת דרכים.

קיימים גם הבדלים במאפיני הדרך הנובעים מסוג התצלום: תצלומי אוויר מצולמים מגובה נמוך יותר מתצלומי לווין ולפיכך הרזולוציה הגאומטרית שלהם טובה יותר מאלו של תצלומי לווין, מצד שני תצלומי אוויר מורכבים בדר"כ משלוש רצועות ספקטרליות בעוד שתצלומי לווין ברזולוציה גבוהה מורכבים מארבע רצועות ספקטרליות [10].

## הקשיים בזיהוי דרך או רשת דרכים מתצלום

כפי שנאמר בסעיף 1.2 אנו מצפים שקטע מסוים של הדרך יהיה עשוי מחומר אחיד, לדוגמא אם הדרך סלולה (כביש) אזי יש לצפות בדרך כלל שהחומר המרכיב את הכביש יהיה אחיד ולפיכך יראה בתמונה כבעל גוון אחיד. למרות שבדרך כלל משטח הדרך הוא בעל גוון אחיד הרי שקיימים מספר גורמים המשפיעים על הגוון הנראה בתצלום: כלי רכב הנמצאים על הדרך בעת הצילום, עצים ובניינים המטילים צל על הדרך וכן דרכים מוגבהות שגם הן מטילות צל על הדרכים הנמצאות מתחתן. בנוסף ניתן לאמר שגוון הדרך אינו יחודי וקיימים אובייקטים אחרים בתמונה בעלי גוון דומה, יותר מכך ניתן לציין במיוחד גגות של בינינים הנמצאים לצידי הדרך שצבעם זהה או קרוב ביותר לזה של כביש סלול [47].  
ניתן גם לבצע אבחנה בין קטעי דרך הנראים לעין לאלו המוסתרים ממנה, סיבות לחלקים בלתי נראים יכולות להיות עצים הנמצאים לצידי הדרך שענפיהם מסתירים אותה, כבישים מוגבהים או גשרים המסתירים את הדרכים הנמצאות מתחתן. חלקי דרך מוסתרים יוצרים קושי בזיהוי הדרך כולה. קושי זה בא לידי ביטוי בפער שנוצר בין מראה הדרך במציאות לבין מראה הדרך בתמונה, בעוד שבמציאות הדרך היא רציפה וקטעי הדרך בעלי גוון הומוגני כפי שצוין בסעיף 1.2, הרי שבתמונה בה מוסתרים חלקי דרך שונים נוצר מצב של קטעי דרך בלתי רציפים. העדר רציפות מצריך לפתח שיטות היודעות לטפל בסגירת הפערים בין קטעי הדרך השונים.

על אף שצורת הדרך הינה רצועה צרה, כפי שצוין בסעיף 1.2 קיימת שונות ברוחבם של קטעי דרך שונים המרכיבים את רשת הדרכים: רוחבן של דרכים ראשיות או מהירות בדרך כלל גדול יותר מרוחבן של דרכים צדדיות. בנוסף על אף היחס שקיים בין אורך הדרך לרוחבה, קרי, אורכה גדול בהרבה מרוחבה, בשל העובדה שישנם קטעי דרך המוסתרים לחלוטין, נוצר לעתים מצב שחלק מן הדרך נראה בתמונה כמחולק לקטעים אשר חלקם אינם בעלי אורך רב.   
כמו כן לא ניתן להניח דבר לגבי מורכבות מבנה הרשת המוצגת בתמונה, מורכבות זו מתבטאת בעיקר במספר הכבישים ומספר הצמתים ברשת הדרכים, ככל שמספר הכבישים ומספר הצמתים רב יותר ברשת יש להניח כי חילוץ הרשת יהיה קשה יותר.

בחישה מרחוק (remote sensing), ובפרט בחישה באמצעות צילום מן האוויר או מלווין, רכישת התמונה מתבצעת באמצעות תהליך שעיקרו המרה מתמונה אופטית לאות חשמלי רציף ממנו נלקחת דגימה ]4]. בתהליך רכישה זה נוצרים רעשים המעוותים את התמונה.   
דוגמא לרעש שנוצר כתוצאה מתהליך רכישה זה בתצלומי לווין הוא רעש גאוסי, רעש זה מתוסף לתמונה האמיתית על ידי הוספת גוון נוסף לכל פיקסל (רעש אדיטיבי) בהתאם להתפלגות גאוסית בעלת שני פרמטרים ממוצע תחום הגוונים ושונותם. רעשים אילו גורמים לעיוות התמונה ובפרט מקשים על זיהוי וחילוץ הדרך.

## מושגי יסוד ושיטות לייצוג דרך

קיימים ייצוגים שונים לדרך ולסביבתה, בסעיף זה נציג מספר מודלים של הדרך ונגדיר מספר מושגים וסימונים בהם נשתמש לאורך העבודה.  
תמונת הקלט בעבודה זו תסומן באות ; תמונה זו תיוצג ע"י מטריצה של פיקסלים בגודל   
כאשר לכל פיקסל יוגדר גוון הפיקסל בתחום הערכים . במלים אחרות:  
 . בעבודה זו נתיחס לעתים לתמונות אחרות שאינן זהות לתמונת הקלט וגם הן תסומנה באות אנגלית שלעתים תלווה בסימון נוסף, למשל, , תציין תמונה שהתקבלה מהתמונה ע"י מניפולציה כלשהי. במקרים בהם קיים ייצוג אחר לצבעו של פיקסל למשל בייצוג (R,G,B) נציין זאת במפורש.  
מבחינת תיאור צורת הדרך קיימות שתי דרכי הסתכלות על הדרך ובכלל על עקומים: הדרך האחת היא להציג את העקום באופן רציף, והשניה ע"י הצגתו באופן בדיד. בעבודה זו נשתמש בשני הייצוגים. נשתמש בייצוג פרמטרי על מנת ליצג את עקום הדרך, למשל תיאור צורת עקומת הדרך ע"י העקום , כאשר מציין את תחילת העקום המכונה לעתים ראש העקום ו-את סופו המכונה זנב העקום.  
בהמשך נציג אלגוריתמים איטרטיביים בהם עקום כלשהו (למשל עקום המהווה קירוב לדרך) משתנה במהלך האלגוריתם , נהוג לסמן באות את מספר האיטרציה, כלומר , היא העקום בזמן .  
חלק מן האלגוריתמים שנציג משתמשים בייצוג בדיד לצורך הצגת עקום, במקרים אילו ייוצג העקום באמצעות פיקסלים בעלי זוג קואורדינטות בציר ובציר כאשר האינדקס הראשון (0 או 1 בהתאם להקשר) מצין את ראש העקום ואינדקס את זנבו. כלומר ניתן לייצג את העקום בזמן כך: .  
את תוואי הדרך ניתן לתאר במספר צורות: צורה אחת היא ליצג את הדרך כקבוצת פיקסלים, צורה נוספת היא להגדיר את הדרך באמצעות קבוצת הפיקסלים המהווים את שפתה. בעבודה זו נסמן קבוצה של פיקסלים באות אנגלית גדולה, למשל , ואת קבוצת הפיקסלים המהווה את שפתה של הקבוצה ב-.

צורה שלישית הינה באמצעות הקו המרכזי של הדרך ורוחבה בכל נקודה, כלומר, ע"י העקום וע"י פונקציה המגדירה את המרחק בין שולי הדרך כפונקציה של . במקרים בהם מניחים כי רוחב הדרך קבוע ואינו תלוי בפרמטר נסמנו ב-. צורה מקובלת נוספת היא לתאר את הדרך באמצעות עקום סגור המהווה את שפתה של הדרך.

## סקר ספרות

על פי [27] את השיטות לחילוץ דרך מתמונה ניתן לחלק לשני סוגים עיקריים: שיטות המבוססות על חילוץ הקו המרכזי של הדרך ולשיטות המבוססות על שטח איזור הדרך.   
בעבודה זו נרחיב את השיטות המבוססות על הקו המרכזי לשיטות המבוססות על חילוץ עקום המאפיין את הדרך או את רשת הדרכים. בשיטות המבוססות על חילוץ עקום נכללות בנוסף לשיטות לחילוץ הקו המרכזי השיטות הבאות: שיטות המבוססות על שול אחד של הדרך, שיטות לחילוץ שני שולי הדרך, שיטות לחילוץ קו המתאר (contour) של הדרך או של רשת הדרכים.  
שיטות המתיחסות לעקומים המאפיינים את הדרך מתבססות על מאפייני צורתו של העקום אותו אנו מחלצים ועל ניגוד הגוון בינו לבין סביבתו.  
שיטות המתיחסות לשטח איזור הדרך מתבססות על שילוב של המאפיינים הספקטרליים של הדרך, קרי, הגוון של הדרך, על זיהוי מאפיינים בתמונה (image feature) ועל מורפולוגיה מתמטית.

**סיווג חילוץ דרך לפי שיטות  
  
שיטות מבוססות על זיהוי עקומים האופייניים לדרך**

**שיטות מעקב**

את בעית המעקב ניתן להגדיר כבעית הערכת מסלולו של אוביקט על מישור התמונה כאשר הוא נע סביב סצנה כלשהי [45]. בשנת 1995 הציעו Vosselman ו- Knecht[42] אלגוריתם מעקב אחר הדרך המבוסס על רעיון אותו הסבירו באופן הבא: במקרה של מעקב אחר דרך אין לנו מערכת דינמית או אוביקט שמיקומו ומצבו משתנים עם הזמן, שכן הקלט הוא תמונה סטטית שאינה משתנה עם הזמן. אולם אנו נשתמש במרחק לאורך הדרך כאילו היה משתנה הזמן. בצורה כזו אנו יכולים להשתמש בפרוצדורת הערכה רקורסיבית. המעקב נעשה באמצעות בנית מודל התחלתי המתאר את תכונותיו ומצבו של האוביקט אחריו עוקבים. לאחר בנית המודל ההתחלתי מבוצע תהליך איטרטיבי המורכב משני חלקים עיקריים: השלב הראשון של התחזית (prediction) בו נשתמש במידע שנלמד בעבר על מנת לשפר את המודל ולחזות את מצבו של האוביקט באיטרצית הזמן הבאה. במקרה של מעקב אחר דרך למצוא את נקודת מרכז הדרך הבאה ואת כיוונה בנקודה זו. בשלב השני, שלב התיקון (correction), אנו מבצעים מדידה ואז משקללים את תוצאות המדידה והתחזית המבוססת על המדידות הבאות (כלומר המודל שלנו), שקלול זה מוביל למודל משופר. כלי שנמצא בשימוש רחב ביותר על מנת לבצע את ההערכה הדו-שלבית הוא מסנן קלמן.  
אלגוריתם המעקב שהוצע ע"י Vosselman ו- Knecht מבוסס על התאמת תבניות (template matching) ועל מסנן קלמן. הרעיון הבסיסי בהתאמת תבניות הוא להשתמש בתבנית על מנת למצוא את נקודת מרכז הדרך הבאה .   
האלגוריתם משתמש בתבנית חתך רוחב ידועה מראש (פרופיל המודל) באופן הבא: בכל שלב קובעים את ההזזה האופטימלית בין פרופיל המודל לבין פרופיל הדרך הנלקח כחתך רוחב בנקודת המרכז שנחזתה ע"י המודל בשלב התחזית. השוואה זו מובילה לחישוב הזזה המשמשת לשיפור המודל, קרי לחישוב מיקום וכיוון הדרך בנקודה הבאה.   
באלגוריתם שהציעו Vosselman ו- Knecht הם מניחים כי עקמומיות הדרך קבועה, הנחה זו מאפשרת לחשב את נקודת המרכז הבאה.   
האלגוריתם מתחיל בבחירת מודל ראשוני של הדרך עליו סומנה נקודת התחלה ומוגדר בנקודה זו כיוונה של הדרך. בשלב השני מוצאים טרנספורמצית הזזה אופטימלית בין פרופיל המודל לבין פרופיל הדרך הנלקח כחתך רוחבי העובר דרך נקודת ההתחלה.   
בהזזה זו משתמשים במסנן קלמן על מנת לעדכן את הפרמטרים המציינים את מיקומה של הדרך וצורתה. באיטרציה הבאה עוקב הדרך חוזה את מיקומה של נקודת מרכז הדרך הבאה ואת כיוונה ושוב מחפשים באמצעות חתך רוחבי הנלקח בנקודת התחזית את ההזזה האופטימלית בין פרופיל המודל לפרופיל הדרך. בהזזה המחושבת משתמשים במסנן קלמן לשיפור מודל הדרך וחוזר חלילה.

במקרה שהאלגוריתם אינו מוצא טרנספורמצית הזזה טובה, למשל כאשר ישנה הפרעה כלשהי, כגון צל או רכב המפריעים ללקיחת פרופיל הדרך, האלגוריתם אינו מפסיק וממשיך להתקדם לאורך הדרך בהתאם למודל.

התהליך האיטרטיבי נמשך עד אשר מתקיים קריטריון הפסקה כלשהו שהוגדר מראש, במקרה של עוקב הדרך, כאשר יש מספר דחיות רצופות של התאמת התבניות, מצב זה יכול לשמש כאינדיקציה לצומת דרכים או לסוף הדרך.   
היתרונות בשיטה זו הם שעוקב הדרך יכול להמשיך במעקב למרות כשלים זמניים של הפרופיל כתוצאה מצמתים, יציאות או מכוניות הנמצאות על גבי הדרך.  
החסרונות הם סטיה הנובעת מן ההנחה שעקמומיות הדרך קבועה וההתיחסות לסטיה בין הצורה האמיתית לבין המודל כרעש מערכת. סטיה זו מובילה בסופו של דבר לתוצאה לא רצויה [27]. חסרון נוסף בשיטה זו הוא הצורך לאתחל כל אחת מן הדרכים המרכיבות את רשת הדרכים גם בנקודת התחלה וגם בכיוון אותה דרך.

**שיטות מבוססות על פונקצית אנרגיה**

הרעיון בשיטות אילו הוא להגדיר פונקצית אנרגיה של עקום במרחב התמונה באופן כזה שבאמצעות מינימזציה של פונקצית אנרגיה זו נוכל למצוא את עקום מרכז הדרך או את המתאר (contour) של הדרך.

ניתן לסווג את האלגוריתמים המבוססים על פונקצית אנרגיה לשתי שיטות: מינימיזציה באמצעות תכנון דינמי ומינימיזציה באמצעות מתאר פעיל (active contour) המכונה גם נחש.

פונקצית האנרגיה מורכבת משני חלקים: האנרגיה החיצונית אמורה להיות מינימלית כאשר מיקום הנחש הוא על גבול האוביקט. אנרגיה זו מורכבת מאנרגית התמונה שהיא בדר"כ פונקציה כלשהי הסוכמת (או מבצעת אינטגרציה) על פני כל הפיקסלים המרכיבים את הנחש; אנרגיה זו משקפת את העובדה שכשאנו נמצאים על עקום המתאר של הדרך, הפרשי הגוונים בין קו מתאר זה לסביבת הדרך הם הגדולים ביותר.   
סוג האנרגיה השני מתיחס לאנרגיה הגאומטרית של הדרך או לצורתה. כפי שצוין קודם, עקום המרכז של הדרך הוא בדרך כלל חלק, ללא פיתולים קטנים וללא שינויי כיוון חדים, לפיכך ככל שהעקום חלק יותר כך גדולה יותר האנרגיה הגיאומטרית שלו.

פתרון באמצעות תכנון דינמי הוצע בשנת 1997 ע"י Gruen ו- Li[19]; בשיטה זו מיוצג העקום בייצוג בדיד באמצעות פיקסלים . הרעיון בשיטה זו הוא לבנות פונקצית הערכה באופן כזה שהיא תהיה סכום של פונקציות

*פונקצית ההערכה היא סכום ביטויים שכל אחד מהם תלוי במשתנים ספורים בלבד (שלושה) , אזי ניתן לישם פרוצדורת אופטימיזציה רב-שלבית המבוססת על תכנון דינמי.*

לאלגוריתם זה מספר חסרונות: ראשית הוא מצריך למצוא נקודות התחלה טובות לאורך כל הדרך, בנוסף אין אלגוריתם זה מתמודד עם רשת דרכים מורכבת אלא דן רק במציאת חלק מסוים של הדרך, חסרון עיקרי נוסף של האלגוריתם היא העובדה שהוא מתעלם מאותם דרכים בהם יש חלקי דרך חסרים או מעוותים. שיטה זו תידון ביתר פירוט בפרק הרביעי בעבודה זו.  
מבחינה הסטורית כאשר בשנת 1987פיתחו Kass, Witkin ו- Terzopoulos לראשונה את הנחשים [23], הם הציגו שני סוגי נחשים: הסוג הראשון נראה כעקום פתוח הדומה במראה שלו לנחש ואילו סוג הנחש השני נראה כעקום סגור. באמצעות סוג הנחש הראשון ניתן לתאר שול של דרך ובאמצעות הסוג השני ניתן לעטוף קטע של הדרך מבחוץ, ויותר מכך ניתן להשתמש בו לזהות מספר קטעי דרכים ברשת דרכים בעת ובעונה אחת.

במאמרם של et al. Kass היו שתי הנחות. ההנחה הראשונה מתיחסת לאורך או היקף הנחש שיש לספק: את הנחש או המתאר יש לאתחל לכל אורך האוביקט אותו מעונינים למצוא. ההנחה השניה מתיחסת למיקומו הראשוני של הנחש: יש לאתחלו בקרבת האוביקט או במקרה שלנו של הדרך. כתוצאה מהנחות אלו, נוצר מצב שהאלגוריתמים שבוססו באותה תקופה על נחשים היו אוטומטיים באופן חלקי. שלב האתחול בוצע על-ידי אדם שהיה מסמן את המתאר הראשוני על גבי התמונה והאלגוריתם היה מתחיל לרוץ עם מתאר ראשוני זה.   
על מנת להקטין במידה רבה את בעית האתחול הציעו בשנת 1994 Neuenschwander, Szekely ו- Kubler [33] מודל נחש המכונה "נחש רוכסן" או ziplock snake. מודל "נחש רוכסן" לפתרון הבעיה מפשט באופן ניכר את תהליך האתחול ומשיג התכנסות טובה בהרבה מזו של הנחש המסורתי. תהליך האתחול במקרה זה מבוצע על-ידי שתי נקודות המוגדרות בשני קצותיו של סגמנט הדרך בקרבת שפת הדרך. האלגוריתם משתמש באינפורמצית התמונה מסביב לנקודות הקצה שנבחרו על מנת ליצר קירוב ראשוני לעקום הדרך. בהמשך ריצת האלגוריתם, באופן הדרגתי, מוסיפים בכל איטרציה שתי נקודות נוספות לכיוון מרכז סגמנט הדרך עד אשר שני הצדדים נפגשים. למעשה הנחשים מהודקים סביב מתאר התמונה באופן המזכיר רוכסן (ziplock).  
הרחבה של מודל נחש רוכסן הוצע ע"י Fua [17] שהציע מודל שנקרא נחש סרט (ribbon snake). נחש סרט מוגדר באמצעות עקום מרכז הדרך ורוחבה המשמש לקבוע את עקום הצד השמאלי של הדרך ועקום הצד הימני של הדרך. השיפור ביחס לנחש רוכסן הוא בכך שפונקצית האנרגיה מתחשבת בכוחות התמונה בשני צידי הדרך ולא רק בשול אחד שלה כפי שנעשה בנחש רוכסן. החסרון בשיטה זו הוא שיש לאתחל את נחש הרוכסן בפרמטר נוסף של רוחב הדרך, פרמטר שיש קושי להעריכו. על מנת לפתור את הצורך לביצוע אתחול של הנחש בקרבת הדרך, הגדירו בשנת  
 Xu 1998 ו-Prince זרימה המיוצגת ע"י שדה וקטורי דחוס המכוון לעבר שפת האוביקט. שדה וקטורי הוא הגדרה המתאימה לכל פיקסל בתמונה וקטור בעל גודל וכיוון. שדה וקטורי זה מבוסס על האבחנה שבשולי הדרך עוצמת הגרדיאנט גדולה ואילו באיזורים בעלי גוון הומוגני עוצמת הגרדיאנט קטנה , מכאן שמה של שיטה זו GVF (Gradient Vector Flow) [43]. לשיטת מציאת מתאר באמצעות GVF מספר חסרונות: היא איננה מתיחסת לתכונות הצורה של הדרך ולפיכך אינה מבדילה בין אוביקטים הנמצאים בסביבתה של הדרך לבין הדרך עצמה. חסרון נוסף הוא   
באי-יכולתה של שיטת ה- GVF להתגבר על הפרעות בשולי הדרך, כגון עצים או צל עצים היוצרים שוליים בלתי רציפות. עד כה ראינו מודלים לינאריים של נחשים שבאים ליד ביטוי מבחינה מתמטית באמצעות אינטגרל בודד המיצג פונקצית אנרגיה הסוכמת (מבצעת אינטגרציה) מאפיין כלשהו שמתיחס לכל נקודה בעקום כנקודה בודדת העומדת בפני עצמה, למשל הגרדיאנט בכל נקודה או העקמומיות בכל נקודה. למודלים אלו חסרון בולט: הם אינם מביאים לידי ביטוי קשר המתקיים בין קבוצות של נקודות אותן אנו חוקרים. בבעיה של מציאת דרך ניתן להגדיר קשר כזה בין כל שתי נקודות. במאמרם משנת 2006 מציעים Jermyn ,Rocheryו- Zerubia לשפר את האנרגיה הגאומטרית באמצעות מודל ריבועי של נחשים הממומש באמצעות הגדרת אינטגרל כפול [38] . במודל הריבועי מניחים כי הרוחב הממוצע של הדרך (או קטע הדרך) שברצונינו למצוא הוא ובנוסף מניחים כי שונות רוחב הדרך עד , כלומר רוחב הדרך יכול לנוע בין לבין . נתבונן בסביבתה של נקודה מסוימת , פונקצית האנרגיה שמגדירים Rochery et al. מעודדת נקודות הנמצאות בסביבת ובאותו צד (שול) של הדרך להיות בעלות וקטור משיק מקביל לזה של (או קרוב למקביל). לעומת זאת, נרצה למנוע מנקודות הנמצאות בסביבת הנקודה ובצד בשני של הדרך מלהיות קרובות מדי ל- כלומר נרצה למנוע מצב שהמרחק בינן לבין p יהיה קטן מ- . החסרון בשיטה זו הוא הצורך להעריך מראש את רוחבה הממוצע של הדרך. על מנת להגיע למינימום של פונקצית האנרגיה משתמשים et al. Rochery בשיטת gradient descent. שיטה זו היא שיטה איטרטיבית המגדירה בכל שלב בעבור כל פיקסל p את גודל ההתקדמות בכיוון הנורמל לעקום קו המתאר בנקודה p. מינימום מושג כאשר אין שיפור בערכה של פונקצית האנרגיה. בשנת 2010 הציעו Nakaguro , Makhanov ו- Daily לשלב בין GVF לבין פונקצית האנרגיה הריבועית [32] . הרעיון הוא שבכל איטרציה משקללים את עוצמת ההתקדמות הנגזרת מהאנרגיה הריבועית עם עוצמת שדה ה-GVF המוגדר בפיקסל זה. המשקל שנותנים לשדה הוקטורי הוא בהתאם לחשיבות שמיחסים לשדה הוקטורי לעומת הכוח שנגזר מהמינימיזציה של האנרגיה הריבועית. על מנת להתגבר על רשתות דרכים מורכבות מציעים et al. Daily להשתמש במשפחה של נחשים; על משפחה זו של נחשים מוגדרות פעולות של פיצול, מיזוג וביטול. מטרת הפיצול היא לזהות מקרים בהם רשת הדרכים מתפצלת. המיזוג מתבצע עבור שני נחשים בהם יש נקודות קרובות אחת לשניה בעלות עקמומיות גבוהה. שני נחשים כאילו בדרך כלל מהווים חלק של אותה הדרך. פעולת הביטול נועדה לבטל נחשים בעלי היקף קטן מדי.  
לאלגוריתם זה שני חסרונות עיקריים: לא ברור כיצד יש לאתחל את משפחת הנחשים כך שיכסו את כל הרשת. בנוסף ישנו צורך להאריך את רוחבה של כל אחת מן הדרכים המרכיבות את הרשת.

**שיטות מבוססות על שטח איזור הדרך**  
  
**שיטות מבוססות על סגמנטציה**

מטרת ביצוע סגמנטציה לתמונה היא לחלק את התמונה לאיזורים שכל אחד מהם הוא בעל תחום עצמאי. איזורים אלו צריכים להיראות כאיזורים שונים מבחינה חזותית ואחידים בהתאם לתכונה כלשהי, כגון: רמת האפור (בהירות), מרקם או צבע [14].  
כפי שהוזכר קודם אחת התכונות המרכזיות של משטח הדרך היא צבעו ההומוגני. יותר מכך, באיזורים שאינם איזורים עירוניים קיים בדרך כלל הפרש גוון בולט בין שטח הדרך לשטח שמסביבה. באיזורים עירוניים המצב מורכב יותר שכן צבעם של גגות בתים דומה מאד לזה של הדרך.  
בשנת 2011 התפרסם מאמר לחילוץ דרך באיזורי פרבר המבוסס על סגמנטציה בשיטת   
K-means clustering [39]. בשיטה זו מגדירים מראש את הערך של K המציין לכמה צבירים (clusters) יש לחלק את התמונה. צביר הוא למעשה קבוצה של פיקסלים אשר קיים ביניהם דמיון מסוים, למשל צבעם זהה . המטרה בשיטה זו היא להביא למינימום את הסכום על פני כל הצבירים של פונקצית הסכום הרבועי של מרחקי גווני הפיקסלים בכל צביר מהממוצע של צביר זה. במילים אחרות יש להביא למינימום את הסכום כאשר הינם הצבירים של החלוקה. נשים לב כי צביר אינו בהכרח רציף. באלגוריתם שהוצע לפתרון בעית חילוץ דרך נבחר . הרעיון בבחירת ערך זה הוא להפריד בין שלושה סוגים של גוונים: גוון הדרך שצבעו אפרפר, גוון השטח שמסביב לדרך שצבעו חום - ירוק בהיר וגוון העצים שצבעם ירוק כהה. המסקנות מהרצת האלגוריתם על 10 תמונות הן שהאלגוריתם מסוגל לחלץ דרך במהירות רבה ולתת תוצאות מספקות בחילוץ דרך מתמונות של איזורים פרבריים. אולם בתמונות עירוניות בהן יש מספר רב של בניינים ואיזורים בהם הדרך כהה יותר יש צורך להמשיך ולחקור. בשנת 2007 פירסמו Grote, Butenuth, ו- Heipke מאמר העוסק בחילוץ דרך בשיטה הנקראת חתכים מנורמלים (normalized cuts ) [18]. שיטה זו מבוססת על סגמנטציה באמצעות גרף כאשר V היא קבוצת הפיקסלים בתמונה ו- קבוצת הקשתות עליה מוגדרת פונקצית משקל בהתאם למידת הדמיון בין הפיקסלים, כלומר , כאשר ערך 0 משמעותו שאין דמיון כלל בין הפיקסלים וערך 1 משמעותו שקיים דמיון מושלם ביניהם. באופן תיאורטי ניתן להגדיר משקל שונה מ-0 בין כל זוג פיקסלים אולם בפועל נגדיר קשר כזה רק בין פיקסלים שנמצאים אחד בסביבתו הקרובה של השני.  
מטרתו של האלגוריתם היא לבצע סגמנטציה ל- סגמנטים באופן שיתקבל מינימום לפונקציה הבאה : .  
הגרף מחולק ל- קבוצות של צמתים ; היא קבוצת כל צמתי הגרף. הוא סכום כל המשקלים של הקשתות המחברות שתי קבוצות: כאשר הוא משקל הקשת בין הצמתים ו-  
כפי שציינו .et al Grote לשיטת סגמנטציה זו מספר יתרונות: יתרון אחד בשיטה זו הוא האפשרות לשלב מספר מאפייני דמיון שונים בין פיקסלים בצעד אחד, תכונה חשובה בסביבה מורכבת. יתרון חשוב נוסף הוא בכך שהאלגוריתם לוקח בחשבון גם מאפיינים מקומיים וגם מאפיינים גלובליים. מאפיינים מקומיים באים לידי ביטוי במטריצת המשקלים המוגדרים על הקשתות המיצגת את מידת הדמיון בין כל זוג פיקסלים שכנים. מאפיינים גלובליים באים לידי ביטוי כאשר החתך האופטימלי מחושב: יש לקיים קריטריון מינימום גלובלי. זהו יתרון בולט בשיטה, כיון שבדרך זו מתעלם האלגוריתם מהפרעות קטנות כגון קצוות חלשים .  
התמונות עליהן הריצו Grote et.al את האלגוריתם הן תמונות צבע בשילוב אינפרא-אדום (CIR) של איזורים פרבריים שהתקבלו מן האוויר. בנוסף מניח האלגוריתם את קיומו של בסיס נתונים בו נמצאים נתונים לגבי צבע הדרך. מטרתו של האלגוריתם היא לזהות הבדלים בין המצב הקיים במציאות לבין הנתונים הנמצאים בבסיס הנתונים.  
האפשרות לשלב מספר מאפייני דימיון שונים בין פיקסלים בצעד אחד, בוצעה ע"י Grot et.al באמצעות הגדרת פונקצית משקל שמשקללת ארבעה קריטריונים. הקריטריון הראשון נוכחות וחוזק של קצוות בין שני פיקסלים. כאשר מזהים קצה של אוביקט המפריד בין פיקסלים הרי כנראה שאין הם שייכים לאותו סגמנט. הקריטריון השני הוא הפרש הצבע בין הפיקסלים. הקריטריון השלישי הפרש הגוון (hue). הקריטריון הרביעי מתיחס לנתוני צבע הנגזרים מבסיס הנתונים. אחת הבעיות בהרצת אלגוריתם זה היא סיבוכיות הזמן שלו. עבור תמונות גדולות זמן הריצה רב מידי, לפיכך באלגוריתם הנסקר לעיל חילקו את התמונה המקורית לחלקים בגודל שווה שעל כל אחד מהם הורץ האלגוריתם; שיטה זו יוצרת לעתים בעיה, לאחר ביצוע סגמנטציה על כל אחד מחלקי התמונה יש לבצע מיזוג של סגמנטים הנמצאים בחלקים שונים.  
שאלה נוספת שמתעוררת הינה מהו מספר הסגמנטים שיש להגדירם מראש לפני תחילת ריצת האלגוריתם. באלגוריתם הנזכר חולקה התמונה לריבועים בגודל פיקסלים ועבור כל אחד מהם הוגדרה חלוקה ל-20 סגמנטים.  
אלגוריתם הסגמנטציה שנבחר בעבודה זו מבוסס על עבודתם של Nock ו- Nilsenמשנת 2004 [34]. האלגוריתם המבוסס על גידול איזורים ומיזוגם (region growing and merging), הוא יתואר בפירוט בפרק 2. בשנת 2010 השתמשו באלגוריתם סגמנטציה זה Anil ו- Natarajan לפתרון בעית חילוץ דרך [7]. האלגוריתם שהוצע על ידי Nock ו-Nilsen מבוסס על מודל סטטיסטי של תמונה. באלגוריתם זה ניתן להשתמש לביצוע סגמנטציות ברמות שונות מחלוקה גסה לחלוקה עדינה (coarse to fine segmentation) וזהו כמובן יתרון. יתרון נוסף של האלגוריתם בא לידי ביטוי בתוצאתו. בתמונת הסגמנטציה המתקבלת כתוצאה מן האלגוריתם נקבל סגמנטצית יתר בלבד, קרי איזורים הגדולים מכפי שהיו צריכים להיות ביחס לתמונת סגמנטציה אידאלית או סגמנטים מיותרים. לעומת זאת לא יהיו סגמנטים הקטנים מאלו שהיו אמורים להתקבל או לחילופין סגמנטים המערבים שניים או יותר סגמנטים מאלו שהיו אמורים להתקבל מסגמנטציה אידיאלית. *לאלגוריתם יתרון נוסף; השיטה בה הוא נוקט לגבי סדר מיזוג הסגמנטים היא שיטה חמדנית פשוטה ולפיכך מימוש האלגוריתם פשוט . האלגוריתם לחילוץ דרך שפותח ע"י*  Anil ו- Natarajan פותח ונבחן על תמונות קלט בהן רשת הדרכים נראית רציפה, כלומר לא קיימות הפרעות המשנות את גוון הדרך כגון צל או חלקים המוסתרים על-ידי עצים. האלגוריתם *מורכב משני חלקים: החלק הראשון מבצע סגמנטציה בהתאם לאלגוריתם הסגמנטציה של* Nock ו-Nilsen *ובוחר באותם סגמנטים שהגוון שלהם הוא גוון דרך. בשלב השני, על מנת להתגבר על סגמנטצית היתר וכן לטפל באוביקטים שנמצאים לצידי הדרך וצבעם דומה לה, כגון גגות בתים*, משתמשים Nock ו-Nilsen *באלגוריתם ליצירת שלד ולגיזומו המבוסס על גיזום התפתחות עקום בדיד (*Discrete Curve Evolution*) שפותח ע"י* Bai בשנת 1987 *[9]. בבסיסה של השיטה מיצרים שלד לרשת הדרכים (עקום בעובי פיקסל אחד) ומבצעים גיזום של אותם חלקים מיותרים של השלד המיצגים סגמנטצית יתר או לחלופין גגות בתים או אוביקטים אחרים הנמצאים לצידי הדרך שצבעם דומה לצבעה. לאחר סיום הגיזום מבוצע שחזור של הדרך מבוסס על השלד שהתקבל ותמונת הסגמנטציה שהתקבלה. התוצאות שהתקבלו מן האלגוריתם על התמונות שנבדקו הינן משביעות רצון.*

**שיטות מבוססות על מורפולוגיה מתמטית**

בשנת 1999 הציעו Zhang, Murai ו- Baltsavias אלגוריתם מבוסס על מורפולוגיה מתמטית וגרנולומטריה [47]. המחברים ניסו את האלגוריתם על תמונה בעלת רזולוציה גבוהה, צפופה באוביקטים ובפרט בבתים הנמצאים לצד הדרך ועצים הנמצאים הן לצד הדרך והן באיזורים המרוחקים ממנה. על מנת להשתמש באלגוריתם יש לבצע עיבוד מוקדם באמצעות סגמנטציה המפרידה את רשת הדרכים מהרקע (עצים , שטחים חקלאיים וכו') . המחברים מציינים כי הסגמנטציה אינה מפרידה בין הדרך לגגות הבתים הנמצאים מסביבתה. על מנת להפריד בין הדרך לבין גגות הבתים מציעים המחברים להשתמש בגרנולומטריה. ההנחה היא שאורכה של הדרך רב בהרבה משאר האוביקטים בתמונה, כך באמצעות מדידת אורכה של אליפסה החוסמת את האוביקט ניתן להאריך את אורכו. כעת מציעים המחברים לבנות את התפלגות אורכי האוביקטים ולבחור את ערכו של החסם התחתון של אורך הדרך כאותו ערך עבורו ישנם מספר אוביקטים מעטים בלבד שאורכם גדול או שווה לו. האלגוריתם משתמש בפעולת פתיחה על מנת לסלק אותם קטעים של הדרך שרוחבם צר מזה של הדרך הראשית, קטעים אילו נוצרים בדר"כ כתוצאה מצל של עצים. בהמשך מבוצע דיקוק (thining) של רשת הדרכים. דיקוק הוא פעולה היוצרת שלד בעובי פיקסל אחד לרשת הדרכים. בהמשך מזהה האלגוריתם אותם קטעים בלתי רציפים בשלד ומשלים אותם חלקים של הדרך עליהם נופל צל עצים. באמצעות פעולה מורפולוגית הנקראת סגירה מחלץ לבסוף האלגוריתם את הקו המרכזי של הדרך. לאלגוריתם זה מספר חסרונות: ראשית יש לבצע לפני הרצת האלגוריתם סגמנטציה, תהליך שאינו פשוט כלל כאשר מדובר בתמונת רשת דרכים בעלת רזולוציה גבוהה. בנוסף קיימים מצבים בהם לאחר הסגמנטציה תתקבל אי-רציפות עקב עצים המסתירים את כל רוחבה של הדרך או שמצלים עליה; במקרה זה עלולה להיווצר בעיה להשתמש בגרנולומטריה שכן יווצרו חלקים של הדרך האמיתית הקצרים באורכם. חסרון שלישי הוא הצורך בידיעת רוחבה של הדרך על מנת לסלק אותם חלקים שרוחבם צר ממנה.

## מבנה העבודה

הפרק השני מציג אלגוריתם מבוסס על מיזוג איזורים סטטיסטי, יצירת שלד וגיזומו לפתרון בעית חילוץ הדרך מתצלומי אוויר ותמונות לווין. סעיף 2.1 מסביר כיצד לחלץ קטעי דרך בולטים באמצעות אלגוריתם סטטיסטי זה ואת היתרונות והחסרונות בשיטה זו. בסעיף 2.2 מוגדרות מספר הגדרות הקשורות לאופן המיזוג וכן מוגדר מודל סטטיסטי לתמונה. בהמשך יתואר פרדיקט המיזוג והסדר בו יש לבצע את המיזוג ויוסברו היתרונות של פרדיקט זה. בסעיף 2.3 מובא אלגוריתם הסגמנטציה בשלמותו. בסעיף 2.3 מתאר את החסרונות של אלגוריתם הסגמנטציה שהוצג בסעיף הקודם ומציע שיטה מבוססת על יצירת שלד מרשת הדרכים הנקראת התפתחות עקום בדיד   
(Discrete Curve Evolution - DCE) על מנת להתמודד עמם. סעיף 2.4 מתאר את שיטתDCE ליצירת השלד וכן את אופן גיזומו; על פי שיטה זו עד לקבלת שלד המיצג את רשת הדרכים.

בפרק השלישי נציג אלגוריתם מבוסס על מורפולוגיה מתמטית לפתרון בעית חילוץ דרך מתצלומי אוויר ותמונות לווין. בסעיפים 3.3-3.1 נגדיר מספר פעולות מורפולוגיות בהן משתמש האלגוריתם בהמשך. סעיף 3.4 מגדיר מהי גרנולומטריה – שיטה המאפשרת לאמוד את התפלגות גודלם של אוביקטים בתמונה. סעיף 3.5 מציג אלגוריתם מורפולוגי לחילוץ רשת דרכים מתמונות גווני אפור המתבסס על פעולות מורפולוגיות וגרנולומטריה.

הפרק  הרביעי עוסק בפתרון בעית חילוץ דרך או רשת דרכים באמצעות תכנון דינמי. הפרק נפתח במבוא המסביר בקוים כלליים כיצד ניתן באמצעות מקסימיזציה של פונקצית אנרגיה למצוא את עקום מרכז הדרך. בהמשך ניתנת אינטואיציה מדוע ניתן לבנות פונקצית אנרגיה פשוטה במובן זה שקל למצוא את המקסימום שלה באמצעות תכנון דינמי. סעיף 4.2 מתמקד בבנית פונקצית אנרגיה בהתאם למודל הדרך ופתרונה באמצעות תכנון דינמי ותהליך איטרטיבי מבוסס על עידון העקום .

הפרק החמישי עוסק בפתרון בעית חילוץ רשת דרכים באמצעות מתאר פעיל (active contour) או כפי שהוא מכונה גם נחש. פרק זה הוא פרק מרכזי בעבודה והוא כולל מספר סעיפים הקשורים זה לזה והמעידים על התפתחות בתחום זה. סעיף 5.1 הינו מבוא המסביר את הרעיון (שהוא מקור השם) של בנית פונקצית אנרגיה המוגדרת על עקום במרחב התמונה כך שמציאת מינימום שלו באמצעות תהליך פעיל יתן את המתאר מסביב לדרך או חלק מרשת הדרכים. סעיף 5.2 מסביר כיצד ניתן לעבור באמצעות מתאר פעיל מאוטומטיזציה חלקית לאוטומטיזציה מלאה לפתרון הבעיה באמצעות שתי שיטות שונות הבאות לידי ביטוי בשני סוגים שונים של נחשים. סעיף 5.3 וסעיף 5.4 עוסקים בסוג הראשון של נחשים הנקראים נחש רוכסן (ziplock snake) ונחש סרט (ribbon snake). נחש רוכסן מאפשר להגדיר כתנאי התחלה שתי נקודות בלבד בשני קצוות הדרך והוא נותן קצה אחד בלבד של הדרך. נחש סרט הוא שכלול של נחש רוכסן זאת באמצעות משתנה נוסף – רוחב הדרך המאפשר ליצר פונקצית אנרגיה מדויקת יותר על-ידי שימוש בשולי הדרך. סעיף 5.5 מדגים דרך נוספת להתגבר על בעית אתחול המתאר זאת באמצעות שדה וקטורי מבוסס על עוצמת הגרדיאנט בקצוות האוביקט שמו של שדה זה בלעז (Gradient Vector Flow) GVF. שיטה זו מאפשרת להגדיר מתאר גם באיזור המרוחק מן האוביקט אותו מחפשים ובכך מפחיתה באופן ניכר את התלות באתחול של המתאר בסביבת הדרך. סעיף 5.6 עוסק במודל משוכלל יותר של נחשים הנקרא מודל ריבועי לנחשים. מודל זה מיצג באמצעות אינטגרל כפול את הקשר בין נקודות הנמצאות משני צידי הדרך זאת בהנחה שאנו יודעים להעריך את רוחב הדרך. סעיף 5.7 מאפשר להגדיר משפחה של נחשים על מנת להתגבר על רשתות דרכים מורכבות בהן יש צורך לאתחל יותר מנחש אחד על מנת לכסות את כל הרשת. סעיף 5.8 הוא תיאור אלגוריתם המשלב בין השיטות שהוזכרו בסעיפים 5.7-5.5 ; במרכזו של האלגוריתם ביצוע מינימיזציה לפונקצית אנרגיה המשלבת בין נחשים במודל ריבועי לבין GVF. בנוסף משתמש האלגוריתם במשפחת הנחשים על מנת לכסות את כל רשת הדרכים. בסעיף זה גם מוצגים ניסויים שונים שנערכו על רשתות דרכים מורכבות.  
הפרק השישי הוא פרק סיכום העבודה. בסעיף 6.1 מוצג פירוק של הבעיה המורכבת של חילוץ דרך מתצלומי אוויר ותמונות לווין לתת-בעיות. סעיף 6.2 מציג סיכום של השיטות לפתרון הבעיה הכולל את יתרונותיו וחסרונותי של כל אחד מהאלגוריתמים המוצגים בעבודה והסקת מסקנות.

סעיף 6.3 מציע פתרון אינטגרטיבי המבוסס על השיטות שנסקרו בעבודה ומציע דרכים להתגבר על

החסרונות שהוצגו בסעיף 6.2. סעיף 6.4 מציע הצעות נוספות לשיפר למחקר וראיה לעתיד.

# אלגוריתם סגמנטציה סטטיסטי לפתרון בעית חילוץ דרך מתמונה

## חילוץ קטעי דרך בולטים (salient)

על פי ,Mayer Laptev , Baumgartner ו- Steger [29] ניתן לסווג את חלקי הדרך לחלקים בולטים ולכאילו שאינם בולטים.  
חלקי דרך בולטים הם אותם חלקי דרך אותם ניתן לראות בבירור, כלומר**,** אותם חלקים שאינם מוסתרים ע"י אוביקטים אחרים כגון עצים וכן אותם חלקי דרך שאינם מוצלים ע"י בתים או עצים. לעומתם כמובן קיימים חלקי דרך מוסתרים או מוצלים שבאופן טבעי יותר קשה לזהותם.  
חלקו הראשון של האלגוריתם שפותח ע"י Nock ו- Nilsen מזהה את אותם חלקים בולטים ע"י ביצוע סגמנטציה לתמונות בעלות רזולוציה גבוהה באופן כזה שאותם חלקי דרך בולטים בתמונה יופיעו כסגמנטים. כפי שכבר הוזכר קודם, גם כאשר מדובר בחלקי דרך בולטים, לא ניתן לצפות שהגוון של הפיקסלים המרכיבים אותם יהיה הומוגני לחלוטין, לפיכך יש לפתח אלגוריתם סטטיסטי הקובע אילו פיקסלים ישתייכו לאותו סגמנט. האלגוריתם שיוצג כאן מבוסס על מיזוג סגמנטים כאשר מתחילים מסגמנטים אלמנטריים שהם למעשה פיקסלים בודדים ובהמשך ממזגים אותם לפי קריטריונים סטטיסטיים שיתוארו באלגוריתם.  
תוצאה חשובה של אלגוריתם זה היא העובדה שהוא יוצר סגמנטצית יתר בלבד, כלומר, המצב היחידי שיש לטפל בו הוא של סגמנטים גדולים מידי או מיותרים לחלוטין.   
המודל המתמטי שמשמש להצגת הסגמנטים, הרכבם הפנימי והקשרים ביניהם פותח ע"י Felzenszwalb ו- Huttenlocher [16] והוא מבוסס על תורת הגרפים.   
בשנת 2010 הציעו Anil ו-Natarajan אלגוריתם המורכב משני חלקים עיקריים: חלקו הראשון מבוסס על אלגוריתם הסגמטציה שתואר לעיל לפתור את בעית חילוץ הדרך מתמנות בעלות רזולוציה גבוהה.  
חלקו השני של האלגוריתם מטרתו לטפל בבעיה של סגמנטצית היתר שהוזכרה קודם. על מנת לעשות זאת משתמש האלגוריתם בשיטה הנקראת (DCE) Discrete Curve Evolution או בתרגום לעברית התפתחות עקום בדיד. שיטה זו מבוססת על יצירת שלד מן הסגמנטים שמצאנו בחלק הראשון וגיזומו. לשיטה זו שני יתרונות בולטים: ראשית השלד שנבנה משמר את הטופולוגיה של תמונת הסגמנטים שיתקבלו בחלק הראשון. בנוסף, השיטה המוצעת מסירה בליטות (כגון גגות בתים) ללא שינוי מיקום נקודות השפה, וכתוצאה מכך, ללא שינוי מיקום שאר נקודות השלד. ענפים שהם מיותרים לחלוטין מוסרים לחלוטין בעוד הענפים הראשיים לא מתקצרים. האבחנה העיקרית היא שבשיטה זו ניתן לבצע גיזום שלד המשמר את הטופולוגיה, המבוסס על חלוקת המתאר לקטעי עקום.

## מיזוג איזורים סטטיסטי (Statistical Region Merging - SRM)

### יחידות התפישה של תמונה

במיזוג איזורים, איזורים הם קבוצות של פיקסלים עם תכונות הומוגניות והם גדלים באופן איטרטיבי ע"י שילוב של איזורים קטנים יותר או פיקסלים; פיקסלים הם איזורים אלמנטריים.

שונות גוון פנימית מתיחסת לאיזור מסוים; החישוב שלה פשוט יחסית כיון שהוא מסתמך על הפרש הגוונים של פיקסלים שכנים באיזור אחד. שונות גוון חיצונית מתיחסת לשונות בין שני איזורים; היא מינימום הפרש הגוונים בין פיקסלים שכנים לאורך הגבול בין שני האיזורים [34].

כעת נגדיר בצורה פורמלית יותר את המושגים שהוגדרו לעיל וזאת באמצעות גישה מכוונת גרפים לביצוע סגמנטציה.

בגישה מכוונת גרפים לסגמנטציה של תמונה, התמונה משמשת להגדיר גרף בלתי מכוון  
 , כאשר לכל פיקסל בתמונה יש צומת מתאים וקשת מחברת את הצמתים ו-. ההגדרה המדויקת אילו פיקסלים מחוברים בקשת ב- תלויה בשיטה המסוימת [16].  
פונקצית משקל על הקשתות , מספקת אומדן לא שלילי כלשהו של דמיון (או שוני) בין הצמתים הבודדים ו-. פונקציה זו בדרך כלל מבוססת על הגוון של שני הפיקסלים המתאימים ו- והמרחק ביניהם.  
אנו משתמשים בפונקצית משקל מבוססת על ההפרש המוחלט של גווני הפיקסלים

כאשר הוא גוון הפיקסל בתמונה, קבוצת קשתות המחברות כל זוג פיקסלים שהמרחק ביניהן קטן מ- d. אנו מגדירים את , סגמנטציה של , עם קבוצת קשתות מתאימה להיות חלוקה של לרכיבים כך שכל רכיב (או איזור) מתאים לרכיב קשיר של הגרף . בהמשך נסמן ב- את הרכיב של שמכיל את הצומת .  
על מנת להגדיר באופן יחיד קבוצה של קשתות עבור סגמנטציה נתונה , אנו מגדירים יער קנוני באופן הבא: תהי קבוצת הקשתות של תמונה כלשהי בסדר קבוע כך ש-  
. לכל רכיב קיים באופן ברור עץ פורש יחיד ל- המביא למינימום את סכום האינדקסים בסדר (מכיון שהאינדקסים שונים). נשים לב שעץ פורש זה גם מביא למינימום את סכום משקלי הקשתות עבור הרכיב. במלים אחרות, הסדר מספק דרך לבחירת עץ פורש יחיד מתוך קבוצת העצים הפורשים המביאים למינימום את סכום המשקולים של .  
איחודם של עצים פורשים יחידים אלו עבור כל רכיב יוצרת יער יחיד שאנו קוראים לו היער הקנוני של ביחס ל-. נשים לב שמאחר ש-הוא יער של עצים, אין מעגלים בגרף .  
תהי קבוצת כל הסגמנטציות של . אנו מגדירים להיות קבוצת העידונים האפשריים של , כאשר לעידון של יש התכונה שכל רכיביו הם תת קבוצות של רכיבים ב-, כלומר,

נשיב לב שאם אז ניתן לבנות את מ- על-ידי מיזוג רכיבים בלבד.  
כעת נגדיר דמיון איזורים המבוסס על שונות התמונה באופן מדויק יותר. נגדיר את **השונות הפנימית** של רכיבים להיות המשקל המקסימלי של קשת כלשהי בעץ פורש מינימלי כשלהו של רכיב זה,

כאשר הוא עץ פורש מינימלי של C ביחס לקבוצת הקשתות . אנו מגדירים את   
**השונות החיצונית** בין שני רכיבים להיות משקלה המינימלי של קשת כלשהי מבין הקשתות המחברת שני רכיבים אלו,

אנו נאמר ששני רכיבים הם דומים, ולפיכך יש למזגם לתוך רכיב יחיד כאשר השונות החיצונית בין הרכיבים היא קטנה ביחס לשונותם הפנימית,

כאשר מינימום השונות הפנימית הוא,

פונקצית הסף שולטת במידה בה השונות החיצונית יכולה להיות גדולה מהשונות הפנימית , ועדיין נחשיב את הרכיבים כדומים. נשתמש בפונקציה המבוססת על גודלו של הרכיב ,

כאשר מסמן את גודל הקבוצה , ו- הוא קבוע כלשהו.  
באופן אינטואיטיבי כאשר מסתכלים על פיקסלים הקרובים זה לזה בתמונה המהווה צילום של סביבה טבעית, הם בדרך כלל ישתייכו לאותו עצם; עצמים בטבע (צמחיה, שמיים, קרקע וכו') הם בדרך כלל בעלי גוון הומוגני באיזורים קטנים. לפיכך לפיקסלים שנמצאים קרובים זה לזה גוון דומה, ולפיכך המשקל של הקשת המיצגת את הפרש הגוונים ביניהן יהיה קטן.   
לעומת זאת לשני פיקסלים שאינם נמצאים זה בקרבת זה יש סיכוי רב להשתייך לעצמים שונים ולפיכך לקשת המיצגת את הפרש הגוונים ביניהם משקל גדול . אפילו באיזור בעל שונות גבוהה ישנה סבירות גבוהה שבחלק קטן מהתמונה יהיו בעיקר קשתות בעלות משקל נמוך. ניתן להרחיב את האמור לעיל לדמיון בין רכיבים: ככל שהרכיב קטן יותר יש לו יותר דמיון לרכיבים אחרים שהוא מושווה להם. אם נדרוש כי השונות הפנימית תהיה נמוכה מידי, כלומר, שההפרש בין זוגות הפיקסלים ברכיב יהיה קטן נקבל אמנם רכיבים הומוגניים מאד בגוון הפיקסל שלהם אולם גם קטנים מידי; תופעה זו מכונה סגמנטצית יתר ונגדירה בהמשך. במלים אחרות שונות פנימית קטנה מידי אינה טובה, מכיון שהיא מונעת מרכיבים לגדול ולהגיע לרכיב הנראה בעינינו כעצם. לפיכך נאפשר מיזוג של רכיבים קטנים גם כאשר ההפרש בין השונות הפנימית לבין השונות החיצונית גדול יחסית. מכאן שעל ערכה של פונקצית הסף להיות פרופורציונלי הפוך לגודל הרכיב עליו היא פועלת. נשים לב שניתן להשתמש בכל פונקציה לא שלילית מבלי לשנות את תוצאת הסעיף הבא.  
נרצה שלאלגוריתם תהיה התכונה של העדר סגמנטצית יתר (no over segmentationn) והעדר סגמנטצית חסר בתמונה (under segmentation no).  
נגדיר באופן מדויק מושג זה. באופן אינטואיטיבי בסגמנטצית יתר יש יותר מידי רכיבים. אנו נגדיר סגמנטצית יתר כאשר קיימים שני רכיבים עבורם לא מתקיים אי-שיוויון (4) .  
לפיכך נגדיר ש- נעדרת סגמנטצית יתר כאשר

באופן אינטואיטיבי בסגמנטצית חסר יש מעט מידי רכיבים. נגדיר סגמנטצית חסר כסגמנטציה שבה יש עידון מתאים כך שעידון זה אינו סגמנטצית יתר, כלומר, עידון המקיים את (7).  
לפיכך נגיד ש- אינה סגמנטצית חסר כאשר

במלים אחרות , בסגמנטצית חסר קיימת דרך כלשהי לחלק ליותר סגמנטים מבלי להגיע למצב של סגמנטצית יתר.

טכניקות של הגדלת/מיזוג איזורים בדרך כלל עובדות עם מבחן סטטיסטי על מנת להחליט על מיזוג איזורים; בפרדיקט למיזוג נעשה שימוש במבחן זה. הפרדיקט בונה את הסגמנטציה על בסיס החלטות מקומיות; מקומיות זו עבור החלטות צריכה לשמור על תכונות גלובליות כמו אלו שאחראיות על יחידות התפישה (perceptual units) של התמונה.

### מודל סטטיסטי לתמונה

אחד המודלים המקובלים לתמונה הוא מודל (R,G,B) המגדיר לכל פיקסל בתמונה שלושה ערוצי צבע כאשר כל אחד מהם מקבל ערכים מתוך קבוצה . האלגוריתם שנציג בהמשך מרחיב מודל זה ומגדיר מודל סטטיסטי לייצוג תמונה. היתרון של הצגה זו הוא היכולת להשתמש בכלים סטטיסטיים על מנת לקבוע במהלך האלגוריתם אילו סגמנטים כדאי למזג.   
על מנת להבין את הצורך באלגוריתם סטטיסטי, נזכור כי תמונת הדרך אינה תמונה של סצינה אידאלית. בתמונה תיאורטית מושלמת שני פיקסלים שאמורים להיות בעלי אותו גוון אכן יהיו באותו גוון, לעומת זאת בתמונת הלוויין יתכן מאד מצב ששני פיקסלים שכנים ששייכים לאותו קטע דרך יהיו בעלי גוון דומה אך לא זהה. לדוגמא נניח כי צבעו התיאורטי של קטע דרך אמור להיות R=192, G=192, B=192 (גוון מסוים של אפור) יתכן מאוד שבתמונה המצולמת בקטע דרך זה יופיעו שני פיקסלים בעלי ערכים קרובים לגוון (192,192,192) אולם שונים ממנו. בצורה כללית יותר ניתן לומר שלכל פיקסל קיימת התפלגות גוון תיאורטית מסוימת. בשל ההתפלגות התיאורטית שקיימת לכל פיקסל או לכל איזור בתמונה יש צורך להשתמש בחישוב הסתברותי על מנת להעריך מתי יש למזג שני איזורים לכדי איזור אחד שכן הסיכוי שהם אכן שייכים לאותו איזור גבוה. לחופש למזג איזורים שאינם בעלי גוון ממוצע זהה קיים שותף, שותף זה מתיחס לאיכות סגמנטציה. איכות סגמנטציה מתיחסת להיררכיה של סגמנטציה גסה עד סגמנטציה עדינה.

כפי שכבר הוזכר בסעיף 1.3 לעתים בחישה מרחוק קיים רעש גאוסי אדיטיבי המשנה את הגוון של חלק מהפיקסלים בתמונה. ניתן לאמר שכתוצאה מרעש גאוסי קיים לעתים קרובות הפרש גוונים בין איזורים ששייכים לאותו קטע דרך ואמורים להיות באופן אידאלי בעלי אותו גוון ממוצע. ככל שהרעש בתמונה גדול יותר כך נרצה לבצע סגמנטציה גסה יותר.  
האלגוריתם מקבל פרמטר Q הקובע את איכות הסגמנטציה, נסביר על משמעות פרמטר זה ביתר פירוט בהמשך.

כאשר מדברים על ביצוע סגמנטציה, יתכנו פרט לסגמנטציה מושלמת, שלושה מצבי סגמנטציה בלבד:

סגמנטצית חסר – כאשר שני איזורים המתקבלים הם למעשה חלקים של אותו איזור אמיתי.  
סגמנטצית יתר – כאשר איזור אחד המתקבל מכיל למעשה שניים או יותר איזורים אמיתיים.

סגמנטציה מעורבת (שהיא בד"כ השכיחה ביותר) – איזור אחד או יותר מאלו שמתקבלים מכילים חלק של יותר מאיזור אחד אמיתי.  
כל אחד משלושת המצבים הללו הוא למעשה סוג של בעיה שכן הוא אינו הסגמנטציה המושלמת.

תכונה חשובה של האלגוריתם שנציג היא, שבהסתברות גבוהה, האלגוריתם אינו "סובל" מסגמנטצית חסר או סגמנטציה מעורבת, הוא סובל מסגמנטצית יתר בלבד.

על מנת להציג מודל זה, אציג הקדמה קצרה של תיאוריה סטטיסטית הנקראת   
inequalities concentration או בתרגום לעברית אי-שיוויונות ריכוז. הבסיס לתיאוריה זו הוא חוק המספרים הגדולים הידוע המראה שככל שמגדילים את מספרם של המשתנים המקריים הבלתי תלויים (למשל אם חוזרים על ניסוי מסוים מספר רב של פעמים) אזי הממוצע של המשתנים (של תוצאות הניסויים) הולך ומתקרב לתוחלת של הממוצע שלהם.   
אנו מגדירים אי-שיוויונות המראים כי המרחק בין ממוצע משתנים לתוחלת הממוצע שלהם חסום ע"י ערכים שהולכים וקטנים ככל שמספרם של המשתנים גדל זאת בהנחה שהמשתנים בלתי תלויים, כלומר, ממוצע המשתנים מרוכז סביב התוחלת, ומכאן שמה של התיאוריה.

תיאורית inequalities concentration פותחה ב-20 השנים האחרונות על מנת לטפל לא רק בממוצע של משתנים רבים בלתי תלויים אלא גם בפונקציות של משתנים רבים ובלתי תלויים.

על מנת להשתשמש בתיאורית inequalities concentration הגדירו Nock ו-Nilsen

תמונה המיצגת את תמונת הסצינה האידאלית (תמונה תיאורתית) שאיננו יודעים מהי, כך שהתמונה הנתונה היא תצפית (observation) של תמונה זו. בתמונה Nock ו-Nilsen מסתכלים על כל ערוץ צבע של כל פיקסל כסכום של משתנים מקריים. במודל הסטטיסטי הפשוט ניתן לראות כל ערוץ צבע של פיקסל כפונקצית התפלגות המקבלת ערכים מתוך הקבוצה במקרה זה . במודל הכללי יכול להיות מספר רב יותר של משתנים מקריים כך שכל אחד מהם מקבל ערכים מתוך קבוצת הערכים ,כך שכל סכום שלהם אינו עולה על g. כלומר אנו מסתכלים על כל ערוץ צבע של פיקסל כסכום של משתנים מקריים. כמו כן נשים לב שהמשתנים המקריים במקרה זה מיצגים את ערכי הצבע (בערוץ מסוים) של הפיקסלים בתמונה ואלו אכן בלתי תלויים. על מנת להסביר את האמור נניח כי אנו מדברים על תמונה של 256 צבעים, כלומר . כעת נסתכל על פיקסל  *ונניח כי משתנה מקרי המיצג את התפלגות הצבע של הפיקסל . במלים אחרות הפיקסל עשוי לקבל ערכים בהסתברויות*  *בהתאמה כך ש: . כעת נניח שאנו בוחרים להריץ את האלגוריתם עם . במקרה זה ניתן להסתכל על כסכום של ארבעה משתנים*  כך שכל אחד מהם מקבל ערכים מהקבוצה וכך שלכל צבע מתקיים . דוגמא מספרית: נניח כי הפיקסל מקבל ערכים 100,101 בהסתברות של 0.5 כל אחד אזי אם נגדיר כי מקבל ערך 49 בהסתברות 1 , מקבל 49 בהסתברות 0.5 ו- 50 בהסתברות 0.5 , מקבלים ערך 1 בהסתברות 1 אזי .

כפי שנראה בהמשך הסתכלות כזו על כל פיקסל (ערוץ צבע של פיקסל) מאפשרת לנו לאמוד ולחסום בצורה מדויקת יותר (התלויה ב-) את הסיכוי שנשגה,קרי, נבצע סגמנטצית יתר על ידי מיזוג שני איזורים. באופן אינטואיטיבי מצד אחד ככל ש- גדול יותר כך הקריטריון למיזוג שני איזורים דורש שתוחלות הצבע שלהם תהיהנה קרובות יותר זו לזו ומן הצד השני שני איזורים שמקיימים תנאי זה הסיכוי שלהם להיות אכן איזור אחד רב יותר.

נגדיר כעת את המודל באופן פורמלי:

תהי תמונת צבע עם פיקסלים כל אחד מכיל את ערכי אדום, ירוק וכחול, כל אחד מהשלושה שייך לקבוצה . תהי סימון לסצינה המושלמת (תמונה תיאורטית) של . ב- האיזורים האמיתיים או הסטטיסטיים מיצגים אוביקטים תיאורטיים בעלי תכונת הומוגניות משותפת :

* בתוך כל איזור סטטיסטי ובהינתן ערוץ צבע כלשהו , לפיקסלים הסטטיסטיים יש אותה תוחלת עבור ערוץ צבע זה.
* שני איזורים סטטיסטיים יוגדרו כשונים אם תוחלות איזורים סטטיסטיים אילו שונות לפחות עבור ערוץ צבע אחד .  
  התמונה מתקבלת מ- ע"י דגימת כל פיקסל סטטיסטי עבור ערכי נצפים. בכל פיקסל ב- , כל ערוץ צבע מוחלף ע"י בדיוק משתנים מקריים בלתי תלויים כך שכל אחד מ-Q משתנים אילו מקבל ערכים חיוביים החסומים ע"י . נזכיר כי סכום של Q משתנים מקריים מתקבל על-ידי סכימה של Q איברים כך שכל אחד מאיברי הסכום נלקח מאחד מ-Q המשתנים. מכך נובע שכל סכום אפשרי של משתנים בלתי תלויים אילו שייך ל- .

### פרדיקט המיזוג

התוצאה של האלגוריתם מבוססת על משפט השייך למשפטים הקשורים לתחום ה- inequalities concentration משפט זה נקרא אי-שיוויון חסם ההפרש עבור משתנים מקריים בלתי תלויים (bounded difference inequality the independent).

משפט: יהיו משפחה של n משתנים מקריים בלתי-תלויים כאשר מקבל ערכים מתוך הקבוצה , לכל k. נניח כי הפונקציה הממשית מוגדרת על התחום ומקימת *כאשר הוקטורים* x *ו-*x' *נבדלים רק בקואורדינטה ה-*k*. תהי 𝜇 התוחלת של המשתנה המקרי אזי לכל ,*

אי-שיוויון זה מראה את התלות של ההסתברות לקבל ערכי הרחוקים מהתוחלת ביותר מ- . ככל ש- גדול יותר הסתברות זו קטנה ובאופן אקספוננציאלי ב- כלומר יש ריכוזיות גדולה ביותר סביב התוחלת . בנוסף ככל שערכי f מושפעים פחות כאשר משנים קואורדינטה אחת בלבד (או ככל שערך הפונקציה f מרוכז יותר סביב ערך מסוים ללא תלות בשינוי ערכה של קואורדינטה מסוימת ) וזאת עבור כל הקואורדינטות אזי שוב הסיכוי להתרחק מן התוחלת קטן.

מהמשפט האחרון אנו מקבלים את התוצאה הבאה על הסטיה של ההפרש הנצפה בין איזורים של . כאן הסימון עבור איזור כלשהו הוא התוחלת עבור כל הפיקסלים הסטטיסטיים המתאימים של של סכום התוחלות על פני המשתנים המקריים המרכיבים פיקסלים אלו עבור ערוץ צבע בודד, ו- הוא הממוצע הנצפה של ערוץ זה.

**מסקנה 1:** יהיו זוג איזורים קבועים של , ,ההסתברות שיתקיים התנאי אינה גדולה מ- .

**הוכחה:** הרעיון הוא להסתכל על כל משתנה מקרי שמיצג התפלגות של פיקסל כסכום של משתנים מקריים המקבלים ערכים בתחום . איזור מיוצג באמצעות משתנים מקריים.  
נתבונן בזוג האיזורים קבוצת הפיקסלים של איחוד איזורים אילו מיוצגת באמצעות משתנים מקריים. *יהי איזור בתמונה ,נסמן ב-את התוחלת של המשתנים המקריים המיצגים את התפלגות הצבע של הפיקסלים באיזור . הפרש תוחלות צבעי הפיקסלים בין האיזורים ו- הוא .   
נסמן ב - את משפחת המשתנים המקריים המיצגים את התפלגויות הפיקסלים באיזור . תחום הערכים האפשרי של המשפחה הוא*

*.*

*כעת כפי שנאמר קודם התמונה הינה תצפית של הסצינה המושלמת . נסמן ב-*

*את ערכי הפיקסלים באיזור .   
נסמן ב-*

*את ערכי הפיקסלים באיזור .   
כעת לפי הגדרה*

*וכן*

*.*

*מכאן כי ההפרש*

*.*

*על מנת להשתמש* במשפט אי-שיוויון חסם ההפרש עבור משתנים מקריים בלתי תלויים *שצוטט קודם, נתבונן בפונקציה המוגדרת על המשתנים המקריים , באופן הבא:*

*.*

*כעת נשים לב שעל פי הגדרה הינה התוחלת של המשתנים המקריים , כלומר*

*ובדומה*

*.*

*מכאן נובע שההפרש*

*.*

*כלומר הינה התוחלת של המשתנה המקרי , או בכתיב מתמטי:*

*כעת על מנת להשתמש במשפט* אי-שיוויון חסם ההפרש עבור משתנים מקריים בלתי תלויים עלינו להראות כי כל שינוי (בערך מוחלט) בקואורדינטה אחת **בלבד** מבין *הקואורדינטות של הינו חסום.  
כפי שכבר ציינו* כל משתנה מקרי שמיצג התפלגות של פיקסל ב- מוצג בתמונת הסצינה המושלמת כסכום של משתנים מקריים המקבלים ערכים בתחום .   
שינוי בקוארדינטה אחת יכול להתבצע או על פיקסל הנמצא באיזור או על פיקסל הנמצא באיזור . נניח כי אנו משנים ערך של פיקסל ששייך ל-R. *שינוי ערכו של פיקסל השייך ל-* R*ישנה כל אחד מ-המשתנים המקריים המרכיבים אותו בלכל היותר .   
אם נתבונן בפונקציה שהוגדרה לעיל, שינוי כזה יגדיל את הסכום בלכל היותר ובסך הכול יגדיל את בלכל היותר . בדומה החסם לשינוי כתוצאה משינוי גוון בפיקסל ששייך לאיזור הינו*  *. אנו מקבלים*

נציב כעת במשפט אי-שיוויון חסם ההפרש עבור משתנים מקריים בלתי תלויים

ונקבל את תוצאת המשפט.

נסמן ב- את הצד הימני של מסקנה 1. נניח שאנו מבצעים מבחני מיזוג ב – . אזי   
בהסתברות גדולה  *כל זוגות האיזורים שמיזוגם נבחן יקיימו*

*.*

*נשים לב ש- קטן: עבור אלגוריתם מעבר יחיד , אם מניחים קישוריות-4 (כל פיקסל מקושר לפיקסלים בכיוונים צפון,דרום,מערב מזרח) אזי מתקיים . מה שאנחנו באמת צריכים למצוא הוא פרדיקט מיזוג של שני איזורים נבחנים ו- שיהיה מדויק מספיק כאשר הפיקסלים של מגיעים* ***מאותו*** *איזור סטטיסטי ב-. מנקודת מבט זו ממסקנה 1 נובע פרדיקט מיזוג באופן ישיר: במקרה זה*  ולפיכך בהסתברות גבוהה הסטיה לא עולה על . פרדיקט המיזוג של שני איזורים מועמדים  *ו- יוגדר להיות "מזג את ו- אם ורק אם* " כאשר הוא סף המיזוג.

נראה בהמשך שפרידקט כזה הוא אופטימי: תחת מספר הנחות, הוא נוטה לעתים להעדיף מיזוג יתר (כלומר הוא מבצע יותר מיזוגים משנדרש על מנת לשחזר את ), אבל תופעה זו באופן פורמלי נשארת קטנה כמותית. גם משיקולים תיאורטיים וגם משיקולים מעשיים, נחליף פרדיקט מיזוג זה בפרדיקט קצת יותר אופטימי, כלומר עם סף מיזוג גדול יותר.  
פרדיקט זה נותן באופן תיאורטי אותה שגיאה (עד לביטויים מסדר נמוך), ונותן תוצאות ויזואליות טובות ביותר. תהי קבוצת כל האיזורים עם l פיקסלים, כאשר איזור הוא שק לא מסודר של פיקסלים ו –

זאת בהנחה שהאיזורים ו- אינם ריקים,

מכאן ואילך נוכיח חסם כמותי על השגיאה המתקבלת עם האיבר הגדול יותר (זה שבצד ימין) המשמש כסף למיזוג: הוא נכון גם עבור שני האחרים. הכמות המרכזית היא הסף בו משתמשים. חסום מלמעלה ע"י שכן ישנם צבעים וכל אחד ניתן לשים ב- פיקסלים.

על מנת לסכם את פרדיקט המיזוג נגדיר אותו כך:

כאן מיצג את ממוצע הצבע באיזור R של התמונה בה מתבוננים, ו-b(R) נתון על-ידי

כאשר ו - .

בקישוריות-4 ישנם זוגות של פיקסלים שכנים. תהי קבוצת זוגות אלו ותהי פונקציה ממשית, עם ו- פיקסלים של המוגדרת כך:

האלגוריתם לביצוע הסגמנטציה פועל באופן הבא: ראשית נמין את כל הזוגות של בסדר עולה של ואז נעבור על מיון זה פעם אחת בלבד. לכל זוג פיקסלים נוכחי עבורו מתקיים (כאשר הוא האיזור הנוכחי אליו שייך ) , בדוק את ערך הפרדיקט

ומזג את ו-אם ורק אם מוחזר ערך אמת (true).

### סדר המיזוג

הסדר שבו אנו בודקים מיזוג של שני איזורים חייב לקיים את השמורה (אינוריאנטה) הבאה שנסמנה Inv(A).  
Inv(A)  *כאשר כל בדיקה בין שני (חלקים של) איזורים אמיתיים מתרחשת, זה אומר שכל בדיקה בתוך כל אחד מהאיזורים האמיתיים כבר התרחשה.*

*משמעותה של שמורה זו היא, שמיזוגם של שני איזורים, המהווים שני חלקים של איזור אמיתי אחד, מתרחש תמיד לפני שמתרחש מיזוגם של שני איזורים שאינם מהווים שני חלקים מאיזור אמיתי אחד. במלים אחרות, מיזוגם של שני איזורים* A *ו-*B***שלא*** *מהווים שני חלקים של אותו איזור אמיתי, יכול להתרחש רק אם איזור* A *מכיל בתוכו איזורים אמיתיים* ***שלמים*** *בלבד (ולא חלקי איזורים אמיתיים) וגם* B *מכיל בתוכו איזורים אמיתיים שלמים בלבד. משמורה זו של האלגוריתם נובעת המסקנה שהאלגוריתם יוצר ראשית את כל האיזורים האמיתיים בשלמותם ורק אחר-כך מבצע מיזוגים בין איזורים אמיתיים אילו, תופעה שמכונה סגמנטצית יתר שתוגדר באופן פורמלי בהמשך.   
נראה דוגמא (ראה איור 2.1):*

  
**איור 2.1 – מיזוג תת איזורים בתמונה באמצעות מיזוג איזורים סטטיסטי**

נניח כי נתונים התת איזורים A, B, C, D כך ש-A ו-B מהווים שני חלקים של איזור אמיתי אחד ו-C ו-D שני חלקים של איזור אמיתי אחר, אזי לפי השמורה האלגוריתם לא יכול לבצע מיזוג של למשל A ו-C או A ו-D או B ו-C או B ו-D לפני שבוצעו שני המיזוגים של A ו-B ו-C ו-D.

על מנת להבין מדוע חשוב שהאלגוריתם יקיים את שמורה A, נזכר באבחנה מסעיף 2.2.2 הקובעת כי כאשר מדברים על ביצוע סגמנטציה, יתכנו פרט לסגמנטציה מושלמת, שלושה מצבי סגמנטציה בלבד:

סגמנטצית חסר – כאשר שני איזורים המתקבלים הם למעשה חלקים של אותו איזור אמיתי.  
סגמנטצית יתר – כאשר איזור אחד המתקבל מכיל למעשה שניים או יותר איזורים אמיתיים.

סגמנטציה מעורבת (שהיא בד"כ השכיחה ביותר) – איזור אחד או יותר מאלו שמתקבלים מכילים חלק של יותר מאיזור אחד אמיתי.

המשפט הבא מוכיח כי רק סגמנטצית יתר קורה בהסתברות גבוהה התלויה בבחירת .

נסמן ב- את קבוצת כל האיזורים של הסגמנטציה האופטימלית של .

**משפט:**  *תהי סגמנטציה על המקיימת את* Inv(A)*. היא סגמנטצית יתר של* , כלומר,   
 מקיימת את התנאי בהסתברות השווה או גדולה מ- .

**הוכחה:** ממסקנה 1,נובע כי בהסתברות השווה או גדולה מ- , כל זוג של איזורים באים מאותו איזור סטטיסטי ב- ומקיימים את התנאי . מאחר ש- פרדיקט המיזוג שהוגדר יכפה את המיזוג של ו - .

מאחר שהשמורה A מתקיימת ביחד עם תכונה זו, אנו בונים ראשית את כל האיזורים האמיתיים של , ולבסוף עושים עוד מספר מיזוגים: הסגמנטציה המתקבלת היא סגמנטצית יתר של בהסתברות גבוהה, כנטען.

נתבונן כעת בסף . נשים לב שככל ש-גדולה יותר כך ההסתברות שהסגמנטציה היא סגמנטצית יתר של הולכת וקטנה ולהיפך ככל ש-קטנה יותר הסיכוי שנקבל סגמנטצית יתר של הולך וגדל . בנוסף ככל ש- גדול יותר יתבצע מיזוג רק עבור איזורי צבע שממוצע הצבע שלהם קרוב יותר זה לזה וככל ש- קטן יותר כך יתבצע מיזוג גם לאיזורים שפחות קרובים בממוצע הצבע שלהם. כלומר ערכי גדולים ישמשו לביצוע סגמנטציה עדינה וככל שנקטין יותר את ערכי כך נקבל סגמנטציה גסה יותר.  
 יכולת זו של האלגוריתם לביצוע fine to coarse segmentation היא כמובן רצויה.

התיאוריה הבאה מראה באופן כמותי מהי השגיאה הממוצעת עבור הפרש הצבעים בכל פיקסל .

שגיאה זו בין תמונת הסגמנטציה האופטימלית לבין תמונת הסגמנטציה של האלגוריתם תוגדר להיות סכום הפרשי הצבעים בין כל הפיקסלים הנמצאים בחיתוך לא ריק של איזור ב- עם איזור ב- כפול החלק היחסי של החיתוך מתוך התמונה.   
נזכור כי ב- כל הפיקסלים שנמצאים באותו איזור הם בעלי אותה תוחלת צבע, כמובן שאנו מחשבים את ההפרש בהתיחס לתוחלת זו. דוגמא (ראה איור 2.2):

100

100

30

30

100

30

110

25

**איור 2.2 – הדגמה מספרית לסגמנטצית יתר המתרחשת באלגוריתם מיזוג איזורים סטטיסטי**  
נניח כי האיור השמאלי למעלה מיצג את הסגמנטציה האופטימלית של חלק מתמונה המכילה 200000 פיקסלים.כאן קיימים ארבעה סגמנטים בשמאלי העליון תוחלת הצבע היא 30, בימני העליון 100, בשמאלי התחתון 25 ובימני התחתון 110. נניח כי תוצאות האלגוריתם הן כבאיור הימני בו קיימים 2 סגמנטים. נשים לב כי הדוגמא מדגימה סגמנטצית יתר המתרחשת באלגוריתם, החלקים העליון והתחתון בכל צד מוזגו לכדי סגמנט אחד.

נניח כי גדליהם של החלקים התחתונים הם: שמאלי תחתון 100 פיקסלים וימני תחתון 150 פיקסלים . ברור כי בתחום החלקים העליונים אין שגיאה. התוספת לשגיאה היא אם כן,

.

המשפט הבא מראה באופן כמותי חסם עליון על השגיאה ביחס לסגמנטציה האופטימלית.

**משפט:** לכל מתקיים   
בהסתברות השווה או גדולה מ- .

משפט זה מענין משלוש סיבות: ראשית הקבוע המסתתר מאחורי סימון ה-או הגדולה הוא קטן *, שנית הוא מוכח עבור הסף המקסימלי ,קרי, . לבסוף אם נתעלם מאיברי ה-*log *, השגיאה הנגרמת מהאלגוריתם מונעת ע"י שהיא קירוב טוב לאופטימום.*

### תמונות צבע

*פרדיקט המיזוג עבור תמונות* RGB *הוא*

כאשר הוא ממוצע הצבע של ערוץ הצבע a באיזור R בתמונה בה מתבוננים. בהנחה שמתקיימת השמורה A שהוגדרה קודם, ומשתמשים באותו ערך סף אזי גם כאן בתוצאה נראה סגמנטצית יתר בלבד וגם השגיאה תשאר כשהיתה פרט לכך שיש לחבר את סכום השגיאות על שלושת הערוצים יחד.

## אלגוריתם SRM

*בקישוריות-4 , ישנם*  זוגות של פקסלים שכנים. תהי קבוצת זוגות אלו. תהי  *פונקציה ממשית, כאשר* p *ו-*p*' פיקסלים של* I*. אלגוריתם* SRM *(*Statistical Region Merging*) הוא פשוט. ראשית ממיינים את כל זוגות הפיקסלים של בסדר עולה ביחס ל- ואז עוברים על סדר זה* ***פעם אחת בלבד****. עבור כל זוג פיקסלים שעבורם*   
 ( הוא האיזור הנוכחי אליו שייך ) אנו מבצעים את הבדיקה , וממזגים את עם אם וק אם הבדיקה מחזירה אמת.   
המטרה היא כמובן לבחור את כך שיקרב את השמורה A ככל שניתן.

הפונקציה הבסיסית היא .

## מציאת שלד של סגמנט (skeletonization) בשיטת התפתחות עקום בדיד (DCE – Discrete Curve Evolution)

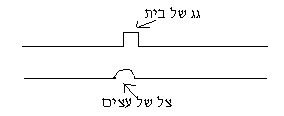
Anilו- [7] Natarajanבצעו ניסוי בהפעלת אלגוריתם SRM עבור סגמנטציה שלאחריה בצעו גיזום (pruning) של שלד סגמנט הדרך.   
ביצוע גיזום כזה נדרש כיון שלעתים ישנן בליטות או פיקסלים שעשויים להיראות מבחינת צבעם כחלק מן הדרך אך למעשה אלו הם ענפים קצרים של השלד שנוצרים בשל מבנים המצויים לצד הדרך או הנמצאים במקומות אחרים בתמונה אשר צבע גגותיהם דומה מאד לצבעה של הדרך. מטרתו של חלק זה של האלגוריתם היא אם כן לגזום אותם ענפים קצרים ולהשאיר רק את הענפים הארוכים של השלד המהווים אכן קטעי דרך.

### הגדרות

**אנו מניחים שהקבוצה במישור היא הסגור של קבוצה פתוחה בעלת שפה שנסמנה**  **שמורכבת מקבוצה של עקומים פשוטים וסגורים. במקרה שלנו נתיחס לכל עקום פשוט כעקום מצולע, כלומר עקום המורכב מקטעים ישרים. הנחה זו לא מהווה מגבלה כלשהי הנוגעת למתארים של אוביקטים בתמונות ספרתיות, מאחר שכל עקום שפה בתמונה ספרתית יכולה להחשב כעקום מצולע שצמתיו הם פיקסלי השפה.  
על פי ההגדרה של** Blum **[12], השלד של קבוצה הוא מיקומם של מרכזי העיגולים (הסגורים – כלומר הכוללים את שפת ) המקסימליים המוכלים ב – , כלומר אלו המשיקים לשפת מבפנים. תהי s נקודה על השלד נסמן ב- את העיגול הסגור המקסימלי שמרכזו ב-s וב- את נקודות ההשקה שלו עם השפה . קבוצת נקודות ההשקה תקרא קבוצת הנקודות היוצרות של נקודת השלד s. הדרגה היא מספר הנקודות ב-. תהי נקודה על השפה נגדיר את הפונקציה כמרכזו של העיגול המקסימלי שמשיק ל- בנקודה . את ניתן להרכיב מקשתות הנפגשות בצמתים שדרגתן שתיים. קשתות אלו נקראות ענפי השלד ומקשתות הנפגשות בצמתים שדרגתן שלוש ומעלה הנקראות חיבורי שלד (**skeleton joints**).**

### התפתחות של עקום בדיד

**הרעיון בשיטה זו הוא להסיר מהשלד את הרעשים שעלולים לגרום לכך שצורתו של האוביקט (במקרה שלנו קו המתאר של הדרך) תהיה מעוותת במידת מה. לדוגמא סגמנט הדרך שלנו עשוי להראות כמודגם באיור הבא (איור 2.3):**

****איור 3.2 – עיוות שלד הדרך הנגרם בשל גגות בתים הנמצאים לצד הדרך וצל עצים המוטל עליה

**כמובן שהמטרה היא לנקות את הרעשים שגורמים גג הבית וצל העצים.  
נתבונן באיור 2.4, באיור זה מתאר הדרך מצוין באמצעות קוים רציפים ואילו השלד מצוין באמצעות קוים מקווקוים. דרך אחת לנסות ולטפל בבעיה היא באמצעות טיפול ישיר בשלד עצמו, כלומר, לתכנן אלגוריתם שיפעל על השלד וידע לזהות את אותם צמתים שברצונינו להסיר ממנו, לדוגמא, הצומת .   
השיטה המכונה התפתחות עקום בדיד או בלעז** Descrete Curve Evolution (DCE)**, פועלת באופן שונה. הרעיון בשיטה זו הוא להתיחס למתאר של האוביקט שאת השלד שלו אנו רוצים למצוא; השלד הרצוי לא יכיל צמתים וענפים המיצגים רעשים שנמצאים בתמונה.  
אנו מניחים כי ניתן ליצג את מתאר האוביקט שאת שלד שלו אנו רוצים למצוא באמצעות מצולע .   
שיטת** DCE **מסירה בכל שלב בתהליך (איטרציה) צומת אחד מצמתי מתאר האוביקט (ולא שלד האוביקט) ואת הצלעות המחוברות אליו.   
שלד האוביקט שמתקבל כתוצאה מגיזום מתאר האוביקט באמצעות** DCE **הוא השלד אליו אנו שואפים להגיע, כלומר, שלד המיצג את האוביקט האמיתי.  
נגדיר כעת את שיטת**  DCE **באופן מדויק. יהי מצולע סגור המיצג את המתאר של האוביקט נסמן ב-** V(P) **את קבוצת הצמתים של הפוליגון** P**.** בשיטת DCE **מיצרים סדרת מצולעים**  **כך ש-**  **. לכל צומת**  **מיחסים מידת חשיבות גדולה או שווה ל-0. יהיו** **ו- שני צמתים המהווים את שכניו של הצומת ; יהיו**   **זוג של צלעות עוקבות במצולע בעלות צומת משותף כך ש- .   
נגדיר את מידת החשיבות של הצומת במצולע**

K

כאשר היא זווית הסיבוב ו-  *היא* פונקצית האורך המנורמלת ביחס למצולע אליו שייכים הקטעים ו- . **נשים לב כי על אף שאין התיחסות מפורשת לפוליגון באיטרציה** i **של התהליך, מידת החשיבות של הצומת משתנה בהתאם לפוליגון באיטרציה בה נמצא התהליך. במלים אחרות מידת החשיבות של צומת מתיחסת** תמיד לפוליגון באיטרציה מסוימת של התהליך.  
**לדוגמא נתבונן בגג הבית בהגדלה (איור 2.4). המטרה העיקרית של האלגוריתם היא לבחור חלוקה כזו של המתאר לסגמנטים באופן כזה שאותם רעשים שהם בדרך כלל ענפים קצרים של השלד יגזמו, כך שבסופו של התהליך ישאר שלד המיצג בצורה ויזואלית טובה את הצורה הכללית של האוביקט אך שלא יכיל ענפים קצרים . באיור 2.4 אנו מעונינים להסיר מן השלד את אותן קשתות שחיבור השלד שלהן חל בצומת .**

S1

S2

S3

v

איור 2.4 – גיזום ענפים קצרים באמצעות **discrete curve evolution**

התכונה העיקרית שניתן להביע באמצעות מידת החשיבות היא: ככל שערכה של מידת החשיבות של צומת המחבר שני קטעים ו- גבוהה יותר כך חשיבותה של הקשת לצורתו של המצולע גדולה יותר.  
מתכונה זו נובע הסדר בו יוסרו הצמתים מהמצולע P. בשלב ה- i של התהליך אנו נסיר את אותה צומת שמידת החשיבות של הקשת שהיא מיצגת הקטנה ביותר במצולע .   
הסרה של צומת שהשכנים לה הם הצמתים מתבצעת על-ידי הסרת הקשת ויצירת צלע חדשה המחברת את צמתי הקצה ו- .  
 נשים לב שהמידה נותנת עדיפות לקטעים הארוכים יותר וכן הקרובים יותר זה לזה מבחינת אורכם, לדוגמא, ערכה של המידה עבור קטעים באורך 4 ו-5 שמכפלתם 20 היא גדולה יותר מזו של קטעים באורך 2 ו-10 שמכפלתם אף היא 20 וזאת כיון שסכום הקטעים במקרה הראשון הוא 9 ובמקרה השני 12 ואכן הצעד ההגיוני הוא אכן להסיר את הקטע באורך 2 זאת כמובן בהנחה שהזווית בין זוגות הקטעים זהה.  
המכפלה עם זווית הסיבוב אף היא הגיונית כאשר מדובר על דרך, זאת מכיון שאיננו מצפים לזוויות חדות ואכן ככל שהזווית חדה יותר כך המכפלה קטנה יותר.  
אם נתבונן באיור 2.4 למעלה אזי ברור מבחינה ויזואלית כי הבליטה של הגג משמעותה מבחינה חזותית קטנה ואכן אם נחשב את ערך המידה בין ו- ובין ו- ערכיהם יהיו קטנים, שכן אורכי הקטעים קטנים וכן הזוית ביניהם קטנה (שווה בערך ל-), לעומת הזווית בין קטעים המיצגים את הדרך שהיא בערך .

# אלגוריתם מבוסס על מורפולוגיה מתמטית לפתרון בעית חילוץ דרך

## מורפולוגיה מתמטית וגרנולומטריה (granulometry)

מורפולוגיה מתמטית היא גישה המבוססת על תורת הקבוצות שנולדה בשנת 1964 בשיתוף פעולה של Matheron ו- Serra [40]. בהתבסס על תשתית מתמטית פורמלית, המורפלוגיה המתמטית מספקת גישה לעיבוד של תמונות ספרתיות באמצעות צורות גיאומטריות. היא משתמשת בפעולות על קבוצות, כגון, איחוד, חיתוך ומשלים המופעלות על קבוצות פיקסלים על מנת, למשל, לזהות תבנית מסוימת או ליצר צורה בעלת תכונות מסוימות כגון יצירת שלד של אוביקט מסוים ברוחב פיקסל אחד כפי שנראה בהמשך.  
גרנולומטריה עוסקת במדידת גודלן וצורתם של אוביקטים וזאת על-ידי קביעת התפלגות גודלם וצורתם של האוביקטים הנמצאים בתמונה.  
כפי שנראה בהמשך, המורפולוגיה המתמטית יכולה לעזור לנו לזהות את רשת הדרכים המופיעה בתמונת שחור לבן שהתקבלה לאחר ביצוע סגמנטציה על תמונת צבע.

חלקו הראשון של האלגוריתם משתמש בגרנולומטריה על מנת להבדיל בין גגות בתים שצבעם דומה מאד לצבע הדרך (בתמונת הצבע) אולם אורכם קטן מאורך הדרך בצורה משמעותית. אוביקטים המזוהים כקטנים מדי מוסרים מן התמונה בשלב זה.  
השלב השני של האלגוריתם מיצר שלד של רשת הדרכים באמצעות פעולות מורפולוגיות. שלד כזה בדרך כלל אינו רציף, זאת בהתחשב בכך שבתמונת-השחור לבן שהתקבלה ישנם אי-רציפויות או חלקי דרך הנראים צרים יותר וזאת עקב עצים או צל המסתירים חלקים מן הדרך. בשלב האחרון נשחזר אותם קטעים חסרים באמצעות פעולות מורפולוגיות על מנת לקבל רשת דרכים רציפה .

* 1. פעולות מורפולוגיות
     1. פתיחה מורפולוגית טריויאלית

פתיחה טריויאלית שנסמנה TO (Trivial Opening) מוגדרת באופן הבא [47]:  
תהי I תמונת שחור-לבן בינארית. יהי פיקסל בתמונה ונניח כי משמעו הפיקסל צבוע בשחור ו- משמעו צבע הפיקסל לבן. אנו נתיחס לפיקסלים הצבועים בשחור כמיצגים אובייקטים בתמונה.  
יהיו היא קבוצת כל הרכיבים קשירים בתמונה I.  
תהי כלומר קבוצת כל הפיקסלים השחורים בתמונה I.  
יהי קריטריון המוגדר על קבוצת פיקסלים . T יקרא קריטריון מונוטוני אם, לכל קבוצה מתקיים:

אנו מגדירים פתיחה טריויאלית של קבוצה עם קריטריון T באופן הבא:

לפיכך TO היא פתיחה טריויאלית המשויכת לקריטריון T(כאשר נגדיר( .  
זוהי פתיחה מורפולוגית מכיון שהיא:

אידמפוטנטית, אנטי-מרחיבה ומונוטונית (increasing). נזכיר בקצרה תכונות אלו:

פעולה היא אידמפוטנטית אם הפעלתה בפעם השניה אינה משנה את התוצאה שהתקבלה לאחר הפעלתה פעם אחת, כלומר . פעולה היא אנטי-מרחיבה אם הפעלתה לא גורמת להרחבת הקבוצה, כלומר, . פעולה היא מונוטונית אם בהפעלתה על קבוצות יחס זה נשמר ביחס לתוצאות, כלומר,.

בפתיחה מורפולוגית ניתן להשתמש בבעיה של חילוץ דרך מתמונה ע"י כך שמגדירים את הקריטריון לכל קבוצה באופן הבא (איור 3.1):  
יהי , נגדיר את הקריטריון על קבוצת הפיקסלים באופן הבא:  
הציר הארוך של האליפסה החוסמת את קבוצת הפיקסלים שווה או גדול מ-T.  
הרעיון הוא להפעיל את הפתיחה הטריויאלית עם הקריטריון על כל אחד מרכיבי הקשירות בתמונה I. מהגדרת הקריטריון נובע כי הוא בוחר רק את אותם רכיבי קשירות שהם מספיק ארוכים על מנת להיות קטע דרך; אם נבצע  *על רכיב קשירות שאורך האליפסה החוסמת אותו קטן מהערך , כלומר, הרכיב קטן מידי מכדי להיות קטע דרך אזי נקבל והרכיב יוסר מהתמונה. לעומת זאת עם נבצע על רכיב שאורך האלכסון של האליפסה החוסמת שווה או גדול מ-*T*, כלומר, אורכו של הרכיב גדול מספיק על מנת להיות קטע דרך, אזי רכיב זה ישאר לאחר ביצוע הפתיחה בדיוק כמו שהיה לפניה. לסיכום ניתן לאמר שלאחר ביצוע הפתיחה על כל אחד מרכיבי הקשירות בתמונה נשאר רק עם אותם רכיבים שאכן עשויים להיות קטעי דרך. רכיבים קטנים כגון גגות בתים יוסרו מן התמונה הנתונה.*



**איור 3.1 – אליפסה מינימלית החוסמת אוביקטים והאלכסון הארוך שלה (לקוח מתוך [47])**

## שחזור (reconstruction) עבור תמונות בינריות

### הרחבה גאודזית (geodesic dilation)

**הגדרה**: בהינתן קבוצההמרחק הגאודזי בין שני פיקסלים p ו-q בתוך , הוא מספר הפיקסלים המינימאלי בתוך של מסלול המחבר את p ל-q.

**הגדרה:** ההרחבה הגאודזית בגודל של קבוצה Yבתוך קבוצה , ,היא קבוצת הפיקסלים של שהמרחק הגאודזי ל- קטן או שווה ל-n:

.

ניתן להשיג מרחק גאודזי בגודל n ע"י ביצוע n איטרציות של חישוב הרחבה גאודזית בגודל 1 באופן הבא:

.

על מנת לחשב את נזדקק להגדרות נוספות   
**הגדרה:** תהי X קבוצת פיקסלים ו – y פיקסל בודד ב- אזי ההזזה (translation) של X ב-y תוגדר:   
כלומר אנו מזיזים את פיקסלי הקבוצה X בשני הצירים בהתאם לערכי הפיקסל y.

לדוגמא (איור 3.2):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1,2 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0,0 |

**איור 3.2 – פעולת הזזה**

**הגדרה:** השיקוף בראשית של קבוצה X המסומן מוגדר כך: .

**הגדרה:** ההרחבה של קבוצה Y על ידי קבוצה B תוגדר כך:

כלומר זוהי קבוצת כל הפיקסלים p כך שהזזתה של קבוצת השיקוף של B ב-p חותך את הקבוצה .Y

נתבונן בדוגמא הבאה (איור 3.3):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | B |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0,0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**איור 3.3 – פעולת הרחבה**

כאשר B הוא ריבוע שמרכזו בראשית בעל אורך צלע 3 ו-Y קבוצת הפיקסלים הצבועים באפור כהה. התוצאה של היא הפיקסלים הצבועים באפור כהה איחוד עם הפיקסלים הצבועים באפור בעל גוון הביניים סביבם.

הסבר: השיקוף של הקבוצה B הוא B כיון שהיא סימטרית סביב הראשית. הזזת B בכל אחד מהפיקסלים הצבועים באפור כהה איחוד עם הפיקסלים הצבועים באפור בעל גוון הביניים סביבם

תביא להתלכדות הפיקסל שמסומן כראשית עם פיקסל זה ומכיון שפיקסל הראשית מוקף בשמונה פיקסלים מכל צדדיו אזי תיווצר "מעטפת" פיקסלים סביב הקבוצה .

דוגמא זו מביאה אותנו להגדרה שקולה להרחבה גאודזית אלמנטרית של קבוצה בתוך קבוצה :

את השחזור של רכיב קשירות באמצעות קבוצה ניתן לבצע כך:

כלומר אם נבחר תת-קבוצה של פיקסלים ( ובפרט פיקסל בודד ) בתוך X שנסמנה Y, אזי כל פיקסל מתוך X שייך להרחבה בגודל כלשהו של Y בתוך X.

לפיכך בהינתן תמונה המכילה רכיב קשירות ,X אם אנו יודעים לזהות פיקסל הנמצא בתוך X ניתן לשחזר את X ע"י ביצוע חוזר של הרחבה אלמנטרית. ביצוע זה הסתיים בהרחבה ה-n עבורה אין שינוי בגודל הקבוצה המתקבלת (כלומר ההרחבה אינה מוסיפה עוד פיקסלים).

**הגדרה:** הכרסום(erosion) של קבוצה Y ע"י הקבוצה B תוגדר כך:

אם נתבונן בהגדרה זו נראה שאחת התוצאות שלה היא שבהינתן תמונת שחור לבן Y המורכבת ממספר רכיבים קשירים (שצבעם שחור), אזי ניתן לחלק את הפיקסלים של לשתי קבוצות זרות, פיקסלים שחורים שישארו לאחר ביצוע פעולת הכרסום, כלומר, אילו השייכים ל- ופיקסלים שחורים שיהפכו ללבנים כלומר שיוסרו (או יכורסמו) מרכיבי הקשירות בתמונה Y. המאפיין של הפיקסלים שישארו ברכיבי הקשירות הוא שאם נניח את נקודת הראשית של האלמנט B על פיקסל שנשאר שחור לאחר ביצע הכרסום, אזי נקבל כי האלמנט B מוכל כולו בתוך רכיב הקשירות אליו משתייך . לעומת זאת אם הוסר מרכיב קשירות כתוצאה מן הכרסום, משמעות הדבר כי אם נניח את נקודת הראשית של האלמנט B על נקבל כי האלמנט B אינו מוכל ברכיב הקשירות אליו השתייך p בתמונה Y.

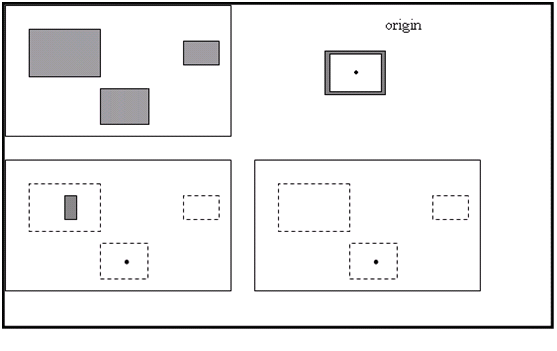
***הגדרה:*** *הפתיחה (*opening*) של הקבוצה*  A *ע"י הקבוצה* B *תוגדר כך:*

*כלומר מבצעים כרסום לקבוצה* A *באמצעות הקבוצה* B *ולאחר מכן מבצעים הרחבה של התוצאה באמצעות הקבוצה* B*.****הגדרה :*** *טרנספורמצית פגיעה או החמצה (*Hit-or-Miss Transformation*) של קבוצה* A *ע"י זוג הקבוצות כך ש -*  *תוגדר כך:*

*.*

שמה של הטרנספורמציה נובע מכך שניתן "לפגוע" באמצעותה בצורה שאנו מחפשים בתמונה ע"י בחירה של קבוצת הפיקסלים C להיות בצורה זו וב-D להיות "עטיפה" של צורה זו לפחות ברוחב פיקסל אחד.

לדוגמא : נתבונן בתמונה מטה (איור 3.4) בתמונה זו שלושה מלבנים, קטן, בינוני וגדול. נניח שברצוננו לאתר את המלבן הבינוני. נבחר בתור הקבוצה C אותו מלבן ובתור D נגדיר מעטפת מלבנית ברוחב פיקסל אחד. כעת לאחר שנפעיל את פעולת הכרסום על התמונה A באמצעות הקבוצה C נקבל את הפיקסלים בתמונה השמאלית התחתונה (הצורות המקווקוות הן להמחשה בלבד). נשים לב שהמלבן הקטן אינו נמצא בתמונה זו. כעת נקח את העטיפה D (ראה איור ימני עליון) ונבצע כרסום של התמונה המשלימה לתמונה A באמצעותה. במקרה זה המלבן הגדול אינו מופיע בתמונת התוצאה (איור ימני תחתון) חיתוך שתי התמונות ישאיר נקודה אחת בלבד הנמצאת בתוך המלבן שרצינו לאתר.



**איור 3.4 – טרנספורמצית פגיעה או החמצה (Hit-or-Miss)**

***הגדרה:*** *הסגירה (*closing*) של הקבוצה* A *ע"י הקבוצה* B *תוגדר כך:*

*כלומר מבצעים הרחבה לקבוצה* A *באמצעות הקבוצה* B *ולאחר מכן מבצעים כרסום של התוצאה באמצעות הקבוצה .*

### דיקוק (thinning)

דיקוק של קבוצה A באמצעות אלמנט מבנה ,B=(C,D) תוגדר

.

שימוש נפוץ יותר בדיקוק הוא באמצעות סדרה של אלמנטים מבניים:

כאשר הוא גרסה מסובבת של , נגדיר כעת דיקוק באמצעות סדרה באופן הבא:

התהליך הוא דיקוק של A ע"י מעבר אחד ע"י אח"כ ע"י מעבר אחד ע"י עד אשר A מדוקק ע"י.

למשל ניתן להגדיר שמונה אלמנטי מבנה באמצעות שני אלמנטי המבנה הבאים (איור 3.5):



**איור 3.5 – אלמנטים מבניים לביצוע thinning (לקוח מתוך [20](**

וסיבוב שלהם ב- 90, 180 ו-270 מעלות. נשים לב שדיקוק של רכיב קשירות הקשיר על פי הגדרת   
8-קשירויות באמצעות מבנים אלו שומר על קשירותם.

באופן כזה למשל בהנתן רכיב קשירות המתאר דרך בעלת רוחב של יותר מפיקסל אחד נוכל ליצור תמונה בה הדרך צומקה ורוחבה יהיה פיקסל בודד. נגדיר את השלד של רכיב קשירות כתמונה המתקבלת מרכיב הקשירות באמצעות דיקוק שמבוצע עד הסוף, קרי, דיקוק המבוצע עד שמגיעים לתמונה שלא ניתן לשנותה באמצעות פעולות דיקוק נוספות. לדוגמה (ראה איור 3.6):

**איור 3.6 – דיקוק (thinning) של דרך לשלד ברוחב פיקסל בודד**

## גרנולומטריה (granulometry)

בענף המורפולוגיה המתמטית גרנולומטריה הינה גישה לחישוב התפלגות של חלקיקים בתמונה בינרית. הרעיון הוא לבצע סדרה של פתיחות (openings) של התמונה כאשר בפתיחה הראשונה מתחילים עם אלמנט מבנה קטן מאד. בשלב זה, לאחר שנפעיל את הפתיחה, נקבל תמונה שבה רק אותם רכיבי קשירות הקטנים מאלמנט זה לא יופיעו בתמונה. ע"י ספירה של מספר האלמנטים בתמונת המקור לעומת אלו שבתמונה המתקבלת לאחר הפתיחה נוכל לדעת מה מספר אלמנטים אלו. כך ממשיכים בתהליך ע"י הגדלת גודלו של אלמנט המבנה עד שבסופו של התהליך נקבל תמונה ללא רכיבי קשירות. ע"י ספירת האלמנטים "שנעלמו" מן התמונה בכל שלב נוכל לצייר גרף של מספר אלמנטים כנגד גודלם, לדוגמא: באיור מטה גרף המיצג תמונה שיש בה דרך אחת ארוכה החסומה ע"י אליפסה בעלת אלכסון ארוך שאורכו 110 פיקסלים. כל שאר האלמנטים אורכם קטן בהרבה והם מיצגים למשל בתים בגדלים שונים (ראה איור 3.7).

**איור 3.7 – גרף המיצג את התפלגות אורכי האלכסונים (בפיקסלים) של האליפסה החוסמת את האוביקטים השונים בתמונה בה קיימת דרך אחת ארוכה והרבה אלמנטים קצרים**

מספר אלמנטים

גודל

0

5

110

1

5

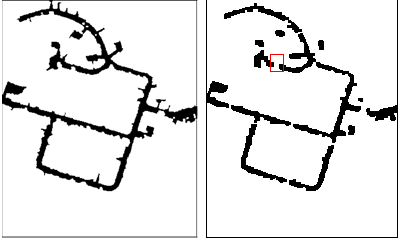
נסביר כעת כיצד נשתמש בגרנולומטריה באלגוריתם שנציג. בתמונה בינרית המכילה רשת דרכים, שהתקבלה לאחר ביצוע בינריזציה לצילום אוויר או תמונת לווין, קיימים גגות בתים בנוסף לכבישים או משטחי דרך אחרים. ישנם מאפיינים של גגות הבתים המאפשרים לנו להשתמש בגרנולומטריה על מנת לבצע הפרדה בין גגות בתים לדרכים ראשיות: המאפיין הראשון הוא היחס בין אורכם של גגות בתים לאורכן של דרכים ראשיות; גגות בתים נראים בתצלום מגובה רב כמלבנים שאורכם קטן בהרבה מזה של כביש או דרך ראשית (ראה איור 3.1) . המאפיין השני הוא המרחק בין גגות הבתים לשפת הדרך. כאשר קיים מרחק בין גג בית לשפת קטע דרך או הכביש הקרובים ביותר, הרי שבתמונה הבינרית שמתקבלת לאחר תהליך בינריזציה, גג הבית וקטע הדרך יהיו בשני רכיבי קשירות שונים.   
לפיכך אם נבצע תהליך הדרגתי של פתיחות עם אליפסות חוסמות בעלות אלכסון ארוך באורך משתנה, כאשר נתחיל עם אליפסות בעלות אורך של פיקסל אחד, נוכל לצייר גרף הדומה לזה שבאיור 3.7. אם ננתח מבנה של גרף שהתקבל באמצעות תהליך של פתיחות שתואר קודם, נראה כי קיימות שתי קבוצות של מלבנים המאונכים לציר הגודל. הקבוצה הראשונה של מלבנים מיצגת את אורכי גגות הבתים והיא נמצאת, ביחס לציר הגודל, הרבה לפני קבוצת המלבנים המיצגת את קטעי הדרך. בין שתי קבוצות מלבנים אילו אין אלמנטים נוספים. לפיכך ניתן באמצעות גרף התפלגות אורך האלמנטים לזהות את נקודת ההפרדה בין שתי קבוצות אלמנטים אילו (גגות, קטעי דרך ראשיים). נקודת הפרדה זו היא אורך אלכסון האליפסה שיש לקבוע על מנת לבצע פתיחה טריוויאלית שתסיר מהתמונה את גגות הבתים שאינם צמודים לשפת הדרך ותשאיר את קטעי הדרך הראשיים בלבד.  
חשוב לציין שקיימים גגות בתים הצמודים לקטעי הדרך הראשיים. גגות בתים אילו לא ניתן להסיר באמצעות סדרת הפתיחות שתוארה לעיל ויש צורך להשתמש בשיטה אחרת על מנת להסירם.

## אלגוריתם מורפולוגי למציאת דרך בתמונת גווני אפור

בשלב הראשון מבצעים בינריזציה לתמונה המקורית. זאת ניתן לעשות באמצעות אלגוריתם סגמנטציה כלשהו, למשל אלגוריתם SRM שהוצג קודם. לאחר ביצוע הסגמנטציה מתקבלת תמונת שחור לבן שבה הצבע השחור מיצג סגמנטים שעשויים להיות הדרך עצמה ויכולים להיות גם אוביקטים אחרים כגון גגות בתים שגוונם דומה מאד לזה של הדרך (איור 3.8).  
בשלב הבא באמצעות גרנולומטריה, כמתואר בסעיף 3.4, נפריד באמצעות פתיחה טריויאלית בין רכיבי קשירות שניתן לחסום באמצעות אליפסה בעלת ציר שאורכו קטן יחסית לשאר רכיבי הקשירות בתמונה ,לבין אלו שניתן לחסום באמצעות אליפסה בעלת ציר אורך גדול יחסית.   
נסיר מהתמונה את הרכיבים בעלי אורך קטן יחסית, רכיבי קשירות אלו הם גגות בתים.   
נשאיר בתמונה רק את הרכיבים שאורכם גדול רכיבי אילו מכילים בתוכם קטעי דרך ראשיים.

  
**איור 3.8 – צילום ברזולוציה של m1 של חלק מן העיר טורונטו, קנדה (לקוח מתוך [47])**

השלב הראשון הוא ביצוע פתיחה (opening) עם אלמנט שרוחבו קטן מרוחבה של הדרך הראשית אך גדול מרוחב הדרכים המשניות. נסמן את רוחבו של רכיב הפתיחה ב-.  
לפעולה זו של פתיחה תופעת לוואי בלתי רצויה זאת מאחר שישנם עצים בצידי הדרך המטילים צל על תוואי הדרך האמיתי ויוצרים מצב שחלק מהדרך אינו נראה ולפיכך חלקים אלו צרים יותר. בשל כך לאחר ביצוע פתיחה הם יעלמו. למשל בתמונות מטה אותו חלק שמוקף במלבן אדום (ראה איור 3.9).



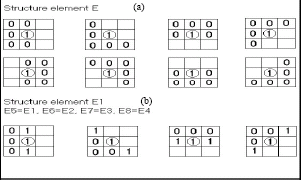
**איור 3.9 – תופעת לוואי של ביצוע פתיחה מורפולוגית: העלמות חלקי דרך מוצלים לאחר ביצוע הפתיחה (לקוח מתוך [47] עם סימון החלק שנעלם.**

השלב הבא הוא ביצוע סגירה . סגירה זו תסגור חורים קטנים הקיימים ברשת הדרכים אבל לא חורים גדולים כמו זה שהוקף במלבן אדום לעיל.   
השלב הבא הוא ביצוע דיקוק שלאחריו נקבל את תוואי הדרך בעובי של פיקסל אחד תמונה זו נסמן ב- Y(ראה איור 3.10).

  
**איור 3.10 – פערים הקיימים בשלד שהתקבל לאחר ביצוע דיקוק (לקוח מתוך [47])**

נשים לב שאותם איזורים שהוסתרו בתמונה המקורית על ידי צל עצים יוצרים כעת אי-רציפות של הקו שנוצר, כלומר, יש קטעי דרך חסרים אותם יש צורך לשחזר.  
על מנת למצוא קטעי דרך חסרים אלו נחפש בשלב הראשון נקודות הנמצאות במרחק n פיקסלים מקצוות הקטעים. על מנת לבצע זאת נשתמש בביטויים מהצורה: ,

כאשר הם האלמנטים המבניים המצוירים באיור *(a)* 3.11



**איור 3.11 – אלמנטים מבניים המשמשים למציאת נקודות קצה בשלד (לקוח מתוך [47])**

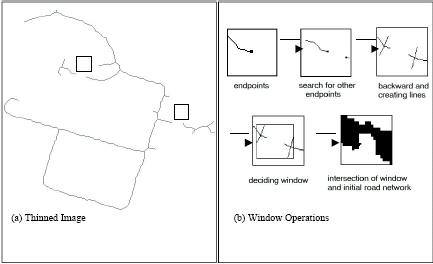
הטענה היא כי הפעולה כאשר היא מבוצעת על  *פני איחוד המבנים כאשר , תפגע בכל נקודות הקצה של העקום אבל לא בנקודות פנימיות שאינן נקודות קצה. נסביר את הטענה האחרונה ביתר פירוט. לכל פיקסל פנימי ב-ישנם שני פיקסלים השכנים לו, ההנחה כאן היא כי העקומה חלקה דיה כך שאין מצב בו שלושה פיקסלים שכנים יוצרים זווית של . לעומת זאת לנקודת קצה של עקומה קיים פיקסל שכן יחיד. לפיכך אם פיקסל פנימי כל אחת מהפעולות משמונה הפעולות , תחמיץ את זאת כיון ששמונת האלמנטים מכסים כל אחד חצי מישור סביב הפיקסל המרכזי והם מבטיחים פגיעה (כלומר פגיעה תתרחש באחד מהם לפחות) אם ורק אם קיים סביב הפיקסל המרכזי חצי מישור שאין בו פיקסלים נוספים של העקומה . לעומת זאת אם פיקסל הנמצא בקצה העקומה אזי אכן קיים לפחות חצי מישור אחד סביבו שאין בו פיקסלים של העקומה ולפיכך תתרחש פגיעה ב-לפחות בפעולה אחת מבין הפעולות .*

*למשל אם נתבונן באלמנט המופיע מצד שמאל למעלה באיור לעיל אזי אלמנט זה מנפה את אותם פיקסלים שלידם נמצאים שני פיקסלים בחצי המישור השמאלי של האנך העובר דרך הפיקסל.*

*כעת הרעיון הוא לבצע תהליך חוזר המבוצע פעמים, כאשר נזכור כי סימנו ב- את רוחב האלמנט ששימש לפתיחה בשלב הראשון של האלגוריתם. בכל שלב של התהליך אנו מסירים מהעקום הנוכחי את נקודות הקצה שלו. השלב הראשון מבוצע על העקום ההתחלתי , השלב השני מבוצע על העקום שהתקבל מ- לאחר שהוסרו ממנו נקודות הקצה.  
לאחר* n *חזרות על תהליך הסרת נקודות הקצה נקבל את עקומת הדרך כאשר קצותיה ממוקמים* n *פיקסלים אחורה מקצותיו של העקום המקורי נסמן עקום זה ב-*TEMP*.  
כעת נמצא את נקודות הקצה של* TEMP *בלבד ע"י ביצוע : .*

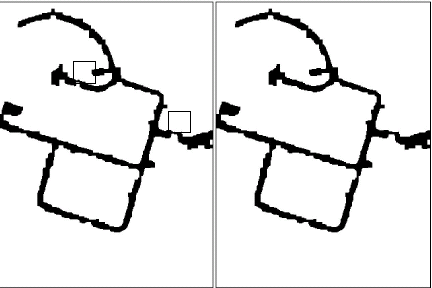
*השלב הבא הוא לחפש סביב כל נקודה השייכת ל-*Z *נקודה אחרת בתוך עיגול ברדיוס נתון מסוים. כותבי המאמר [47] עליו מסתמך האלגוריתם אינם מציינים מהו אורכו של רדיוס העיגול אותו יש לבחור, אולם ברור כי גודלו של רדיוס זה תלוי במידה בה מסתירים עצים את הדרך.   
ככל שבתמונה יש יותר עצים לצידי הדרך כך רדיוס העיגול צריך להיות גדול יותר.*

*כעת נניח כי החלטנו לבצע חיפוש סביב הנקודות בסביבה מעגלית בעלת רדיוס .  
אם סביב הנקודה ובמרחק שאינו עולה על ישנן מספר נקודות, אזי, רק אותן נקודות עבורן אין מסלול ב-*Y *העובר בתוך העיגול המקושר ל- יבחרו. אם אין כלל נקודות כאילו בתוך העיגול אזי היא נקודה פתוחה, ואיננה מחוברת לסגמנט כלשהו. בצורה כזו בחרנו מתוך* Z *זוגות נקודות שיש צורך לשחזר את קטע הדרך ביניהן. נזכור כי קטע זה הוסר בתהליך הפתיחה בהיותו צר מרוחבה של הדרך הראשית אותו. יהיו*  *זוג נקודות שיש לשחזר את הקטע העובר ביניהן.  
נזכור כי הנקודות*  *שייכות לעקום דרך כל אחת מהנקודות נעביר ישרים נורמליים ביחס לעקום* Y  *. נתבונן בחיתוך שנוצר בין ישרים נורמלים אילו לבין תמונת רשת הדרכים הראשונית. הרעיון הוא להמשיך את הנורמלים כל עוד קיים חיתוך לא ריק בינם לבין תמונת רשת הדרכים המקורית. נתבונן בשני הקצוות של חיתוך הנורמל לנקודה עם תמונת הרשת הראשונית ובדומה נתבונן בשני הקצוות של חיתוך הנורמל לנקודה עם תמונת רשת הדרכים הראשונית. קיבלנו בסך הכל ארבע נקודות קצה. נבנה חלון* W *העובר דרך ארבע הנקודות המהוות את החיתוך של הנורמלים עם רשת הדרכים הראשונית . על מנת למצוא את האנכים לנקודה באמצעות פעולות מורפולוגיות, יש להשתמש באלמנטים המסומנים ב- באיור* (b) *3.11. האתחול של הנורמל יתבצע באמצעות הרחבה מורפולוגית. נבצע הרחבה זו עד אשר החיתוך עם התמונה המקורית* X *יהיה ריק כמוראה באיור 3.12.*

**

***איור 3.12 – שחזור של פערים בדרך (לקוח מתוך [47])***

*כעת נוכל לבצע שחזור של קטע הדרך החסר ע"י לקיחתו מהתמונה המקורית* X*. כעת אותם חלקי דרך שהוסתרו ע"י צל נוכל לשחזר ע"י ביצוע סגירה באמצעות אלמנט שגודלו כרוחב הדרך. לבסוף נוכל למצוא את אמצע הדרך ע"י ביצוע דיקוק (*thinning*) (ראה איור 3.13).*

**

**איור 3.13 – קישור רשת הדרכים (צד שמאל), פעולת סגירה מורפולוגית מופעלת על מנת לשלוט ברוחב הדרך  
 (צד ימין) (לקוח מתוך [47])**

# שיטות פתרון בעית חילוץ דרך מתמונות אוויר או לווין באמצעות תכנון דינמי

## מבוא

בפרק זה נראה כיצד ניתן לבנות מודל לדרך באמצעות פונקצית אנרגיה. הרעיון הוא להביע את תכונות הדרך באמצעות פונקצית אנרגיה המוגדרת על עקום כלשהו המוגדר על מרחב באופן כזה שמציאת העקום תביא למקסימום את ערך פונקצית האנרגיה שהוא למעשה עקום מרכז הדרך אותה אנו מחפשים. הרעיון של Gruenו- Li[19] הוא לבנות פונקצית אנרגיה הפועלת על עקום המיוצג בצורה בדידה באמצעות צמתים הנמצאים במרחקים שווים לאורכו באופן כזה שפונקצית האנרגיה תהיה סכום של פונקציות שכל אחת מהן תלויה בשלוש צמתים רצופים בלבד. באופן אינטואיטבי ניתן לפרק את פונקצית האנרגיה הכוללת לסכום של פונקציות התלויות בשלושה צמתים בלבד מכיון שתכונות הדרך אליהן מתיחסים הן בעלות אופי מקומי. את השוני של גוון איזור הדרך מהאיזור שמסביבה ניתן לבחון בכל צומת בנפרד, את הומוגניות איזור הדרך ניתן להביע באמצעות הפרש הגוונים בין כל פיקסל לאורך הדרך לזה שבא אחריו ועל מנת להביע את העובדה שצורת הדרך חלקה, קרי, הנגזרת השניה של העקום חסומה ע"י קבוע קטן ניתן להביע כפונקציה של הזווית הנוצרת בין שלושה פיקסלים רצופים. כפי שנראה בסעיף 4.2.3 העובדה שניתן לבצע פירוק כזה של פונקצית האנרגיה הכללית מאפשרת פתרון פשוט ויעיל למציאת המקסימום של פונקצית האנרגיה. כמובן שמלכתחילה אין אנו יודעים את תוואי הדרך, לפיכך מציעים Gruenו- Li תהליך איטרטיבי בו בשלב הראשון מוצאים את התוואי האופטימלי העובר דרך מספר הפיקסלים באיטרציה זו ובשלב השני מעדנים את העקום על ידי הוספת פיקסלים בהתאם לשיטה שתתואר בסעיף 4.2.4. האלגוריתם עצמו מתבסס על מספר פיקסלים מועט שמוגדרים מראש לאורך הדרך.

## פתרון בעית חילוץ דרך מתמונות אוויר או לווין באמצעות תכנון דינמי

### קביעת מרחק בין שתי עקומות

סעיף זה מסביר כיצד ניתן לקבוע את המרחק בין שני עקומים המיוצגים באמצעות פרמטר. העובדה כי אותו עקום ניתן ליצג בייצוגים פרמטריים שונים עלולה ליצור בעיה בחישוב המרחק בין שני עקומים, אולם כפי שנראה בהמשך תחת הנחות סבירות הנוגעות לאופן הייצוג ולצורת העקום ניתן להתגבר על בעיה זו.  
סעיף זה מבוסס על המאמר של Blake ו- Isard [11]. בהנתן שני עקומים המוצגים באופן פרמטרי ו- כאשר f(s) היא עקומת הנתונים בתמונה ו- הוא העקום שאת מרחקו אנו רוצים למדוד מ-נשים לב לעובדה כי אופן הייצוג הפרמטרי של העקום r משפיע על מדידת מרחקו מהעקום .  
 לדוגמא שני העקומים:

מיצגים את אותו עקום מבחינה גאומטרית (אותה קבוצת נקודות במישור במקרה זה הקטע הישר מהנקודה (0,0) לנקודה (1,1) ) אבל אם נתבונן בהגדרת המרחק המקובלת בין שני עקומים לפי פרמטר אורך הקשת:

כאשר היא המכפלה הפנימית של ההפרש בין ו- ;

*למשל אם נחשב בדוגמה שלמעלה*

*וזו כמובן לא התוצאה הרצויה שאמורה להיות 0.*

*כעת נראה כיצד ניתן לבצע רפרמטריזציה על מנת למצוא את המרחק המינימלי אותו אנו מחפשים בין שני עקומים.*

*הגדרת המרחק בין שני עקומים ו –* r *באורך* L*תהיה אם כן:*

מוגדרת כמינימום על פני כל האפשרויות לרפרמטריזציה.

כעת נתבונן בביטוי המרחק בריבוע כפונקציה של שני משתנים תלויים s ו-g כך ש- .

אנו מעונינים למצוא את המינימום של המרחק עבור כל s כלומר נדרוש:

זה קורה כאשר,

זה אומר שעבור הפרמטריזציה האופטימלית הוקטור המקשר נקודות מתאימות בשני העקומים מאונך לוקטור המשיק לעקום בנקודה , כלומר הוא בכיוון הנורמל לעקום בנקודה .   
נסמן ב- את אורכו של הוקטור .  
תהי נתונה פרמטריזציה כלשהי של העקומה r . נניח כי פרמטריזציה זו אינה אופטימלית. על פי הגדרה את יש לחשב אולם אנו יודעים כי הפרמטריזציה המוגדרת עבור העקומה אינה אופטימלית, כלומר, הוקטור אינו מאונך לעקומה בנקודה .  
תהי הפרמטריזציה האופטימלית לעקומה . כפי שהראינו קודם, מתקיים:

כאשר - מסמן את וקטור היחידה הנורמלי ל- בנקודה .  
על פי כללי המכפלה הפנימית :

כעת נניח שלרפרמטריזציה השפעה קטנה, כלומר, ונניח כי העקמומיות קטנה (ואכן זה המצב במקרה של עקום המתאר דרך) , זה אומר בתחילה כי  
 ובנוסף אם נשתמש בהרחבה מסדר ראשון של טור טיילור נקבל

כלומר שוב על פי כללי המכפלה הפנימית,

ולפיכך אם נציב במשוואת המרחק נקבל:

*כלומר ניתן להשתמש בפרמטריזציה הנתונה לחישוב המרחק כך שאם נסמן ב- את וקטור המרחק בין לבין בפרמטריזציה הנתונה נקבל:*

*מכאן שאין צורך להשתמש ברפרמטריזציה לחישוב המרחק בין העקומות, מספיק לחשב את המכפלה של וקטור ההפרש בין העקום שאת מרחקו רוצים למדוד מהעקום של האוביקט בתמונה (שנקרא לו עקום ההתאמה) לבין עקום האוביקט ולכפול בוקטור היחידה הנורמלי לעקום ההתאמה.*

n(s)

normal displacement

### איור 4.1 – normal displacement

### מודל דרך והגדרת פונקצית מטרה

מודל הדרך המוגדר ע"י Gruenו- Li בא לתאר באופן מתמטי את תכונות הדרך שצוינו במבוא.

הרעיון במודל זה הוא ליצר פונקצית הערכה (merit function) על מנת להעריך מתמטית עד כמה עקום מסוים בתמונה קרובה להיות דרך וזאת באמצעות מינימיזציה או מקסימיזציה של פונקציות הערכה. נגדיר את הסימונים הבאים:

* תהי פונקציה וקטורית המתארת עקום בתמונה שממפה את פרמטר אורך הקשת לנקודות בתמונה.
* לעקום יש נגזרת רציפה ווקטור יחידה ניצב שנסמנו .
* התמונה מיוצגת באמצעות הפונקציה .  
  תרגום תכונות הדרך למודל מתמטי המוצע ע"י Gruenו- Li:

1. דרך בתמונה בהירה יותר מסביבתה משני הצדדים, במילים אחרות דרך בתמונה מזוהה ע"י איזור צר בעל עוצמה גבוהה עם איזורים בעלי עוצמה נמוכה משני הצדדים.  
   מכאן שסכום ריבועי ערכי האפור (או סכום הנגזרות השניות בכיוון הנורמל לדרך) לאורך הדרך מקבל מקסימום

1. ערכי אפור אינם משתנים הרבה לאורך מרחק קצר. זה נובע מהידע שהחומרים מהם עשויה הדרך לא משתנים הרבה ושהתכונות הספקטרליות שלהם דומות לאורך מרחקים קצרים.  
   במלים אחרות,

כאשר הוא קטע קצר של העקום ו- הערך הממוצע של הפונקציה G על , כלומר

1. דרך היא צורה לינארית בעלת עוצמה בהירה. למעשה התכונה הבאה היא הכללה של שתי התכונות שקדמו לה, וככזו הנוסחא שלה כללית יותר. נזכור גם כי הביטוי הוא חישוב המרחק בין שני עקומים בנקודה . ביטוי פונקצית האנרגיה הוא אם כן

כאשר d(s) הוא המרחק בין העקום והצורה הלינארית הקרובה ביותר אליו.

*היא פונקצית משקל גאוסיאנית שקטנה ככל שהמרחק* d(s) *גדל.*  
נשים לב שהפיקסל עליו אנו מסתכלים בתמונה G אינו זה של אלא אנו מבצעים   
normal displacement ע"י הוספת הוקטור שכן איננו יכולים להיות בטוחים שהעקום מוצג בצורה פרמטרית אופטימלית.

1. במונחים של תכונות גאומטריות בסיסיות, צורת הדרך היא בדרך כלל חלקה ואין לה פיתולים קטנים. למעשה רוב הדרכים מורכבות מקוים ישרים המחוברים בעקומים חלקים, בדרך כלל קשתות מעוגלות. תכונה זו ניתן לתאר באופן מתמטי:

זה מרמז על כך שאת העקום ניתן ליצג באמצעות cubic spline.

1. לעקמומיות המקומית של עקום דרך יש חסם עליון. משמעות הדבר שהשינוי המקומי של הכיוון חסום מלמעלה. תכונה זו נובעת מהדרישה לתנועה חלקה (ללא עיקולים חדים, כלומר

כאשר סף נתון.

1. רוחב הדרך לא משתנה בצורה משמעותית . עובדה זו לא באה לידי ביטוי בצורה מתמטית, אולם בתכונה (3) היא באה לידי ביטוי בהנחה שהדרך היא צורה לינארית.

**פונקצית מטרה**

במימוש המוצע ע"י Gruenו Li- דרך מיוצגת ע"י צמתים ,  *ומודל הדרך הכללי שפותח בחלק האחרון מבוטא בצורה בדידה.   
משוואות 1, 2 ו-4 ניתן לתאר בצורה*

ועבור נקבל:

ו-

כאשר הוא הכיוון של הוקטור בין הנקודות ו- ו*-*  המרחק ביניהן,   
כלומר

את מודל הדרך הכללי ניתן לנסח באמצעות פונקצית ההערכה והאילוץ הבאים:

כאשר ו- *הם* שני קבועים חיוביים ו- הוא סף בשביל שינוי הכיוון בין שני וקטורים סמוכים.

קבלנו אם כן בעית אופטימיזציה (מקסימיזציה) בעלת משתנים

אולם נשים לב כי מעט מאד משתנים תלויים זה בזה בו זמנית. למעשה כפי שנראה בסעיף הבא, בכל שלב של אלגוריתם התכנות הדינמי שנבנה נצטרך למקסם פונקציה של לא יותר משלושה משתנים.

### מציאת מקסימום לפונקצית המטרה באמצעות תכנון דינמי

את בעית המקסימיזציה המוצגת לעיל ניתן לנסח בצורה הבאה:

מצא את ערך המקסימום עבור פונקצית ההערכה

*מצא את הערכים עבורם המקסימום מושג.*

*אם ידוע שערכי המשתנים שלמים ( או וקטורים כמו במקרה שלנו שהרי הם מציינים פיקסלים )*

*אבל אין לנו ידע כלשהו על פונקצית ההערכה, ניתן לפתור את הבעיה רק ע"י מעבר על כל סדרות הערכים השלמים של המשתנים . אולם אם פונקצית ההערכה היא סכום ביטויים שכל אחד מהם תלוי במשתנים ספורים בלבד, אזי ניתן לישם פרוצדורת האופטימיזציה רב-שלבית . למשל, אם*

כאשר תלוי ב- ו- בלבד , כלומר

ובאופן כללי

נסביר כעת כיצד למצוא את הערכים המביאים למקסימום, קרי, .

בכל שלב נגדיר טבלה עבור כאשר בתא המתאים לערכים של נשמור את התוצאה של תוצאת החישוב:

*ואת ערכו ש*ל המביא לתוצאה זו. כך נוכל ע"י ביצוע מעקב אחורה (backtracing) כאשר נמצא בתחילה את ערכו של המביא למקסימום את הפונקציה ליד ערך זה נשמור את ערכו של אז נבדוק בטבלה של בתא של שם נמצא את וכו'.

### עידון חיפוש הצמתים לאורך הדרך

הרעיון של האלגוריתם הוא להתחיל מדרך המיוצגת ע"י מספר נקודות מועט המסומנות על-ידי בן-אדם המסמן אותן על גבי הדרך בתמונה. נקודות אלו אמורות לשקף באופן גס את מסלולה של הדרך (תמונה (a)) באיור 4.2.



**איור 4.2 – עידון חיפוש צמתים לאורך הדרך (לקוח מתוך [15])**

כעת בכל איטרציה של האלגוריתם מתעוררות שתי שאלות עיקריות:

השאלה הראשונה הינה מהו התהליך בו אנו מכניסים נקודות חדשות על מנת להגדיל את מספר הנקודות במצולע על מנת לקרבו ככל שניתן למסלולה של הדרך? (ראה פירוט בהמשך).  
לאחר שהכנסנו נקודות חדשות מתעוררת השאלה השניה, כיצד אנו מבצעים את האיטרציה שתביא אותנו לאופטימיזציה של פונקצית המטרה שהוגדרה קודם. הבעיה העיקרית כאן היא כיצד להגדיר את מרחב החיפוש סביב כל נקודה במצולע, קרי, מה גודלו וכיצד אנו סורקים אותו.  
חלון החיפוש המוצע הוא בגודל כלומר 25 אפשרויות (מועמדים) לכל פיקסל .  
לגבי אופן החיפוש השיטה המוצעת היא להשתמש ברעיון הפרמידה כאשר מתחילים מחיפוש במבנה פירמידי גס ואח"כ מעדנים אותו. במקום להשתמש במבנה פירמידי של התמונה באופן מפורש אנו יכולים לבחור את המועמדים באינטרול מסוים, למשל, כל שלושה פיקסלים.  
על מנת לקבל דיוק גבוה בחישוב מסלולה של הדרך נוכל להקטין את האינטרול .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**איור 4.3 – בחירת פיקסלים מועמדים לעידון באינטרול בגודל שלוש**

כלומר בהנתן פיקסל השייך לעקום הדרך נחפש לעדן את העקום באמצעות פיקסל נוסף . את הפיקסל נחפש בסביבה של הפיקסל באמצעות חלון חיפוש בגודל באופן כזה שיתן ערך מקסימלי לפונקצית המטרה שהוגדרה בסעיף 4.2.3.

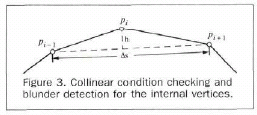
**הכנסה ומחיקה דינמית של צמתים**

נזכור כי הקלט לאלגוריתם הוא מספר נקודות זרע אותן מגדיר מפעיל והן אמורות לשקף באופן גס את מסלולה של הדרך.  
נקודות זרע אלו נחבר באמצעות קטעים ישרים (אינטרפולציה לינארית) על מנת לקבל מצולע התחלתי. לאחר מכן נריץ את האיטרציה הראשונה של האלגוריתם על מנת לקבל אופטימיזציה של פונקצית המטרה; כמובן שלאחר הרצה זו יזוזו נקודות המצולע ויתקבל מצולע המשקף טוב יותר את מסלולה של הדרך. כעת לפני האיטרציה השניה נכניס בין שתי נקודות של המצולע שתי נקודות נוספות בין שני כל שני צמתים של המצולע שהתקבל לאחר האיטרציה הראשונה.

כל צומת חדש שנכנס נבדק: צומת אשר לאחר ריצת האלגוריתם נמצא על הקטע המחבר את שכניו (קולינארי עם שכניו) ניתן למחוק כיון שכמובן אינו תורם אינפורמציה נוספת.

בנוסף נזכור כי מכיון שאנו מדברים על דרך בה אמורים לנסוע כלי רכב אזי הדרך צריכה להיות חלקה, כלומר, לא יתכן שהשינוי בכיוון הדרך יהיה גדול מדי או בלשון אחרת שהעקמומיות תעלה על סף מסוים. תנאי שלישי הוא שהמרחק בין כל שתי נקודות סמוכות יהיה מספיק גדול.

ניתן לסכם שלושה תנאים אלו כך : (איור 4.4)



**איור 4.4 – בדיקת קו-לינאריות מאפשרת מחיקת צמתים. בדיקה שעקמומיות הדרך הנוצרת מהכנסת צומת חדש אינה גדולה מדי (לקוח מתוך [19])**

התנאי הראשון דורש שהמרחק בין שני צמתים שכנים (מסומן ) צריך להיות גדול מסף מסוים. התנאי השני מבטיח שכל צומת הכרחי למצולע; נסמן את המרחק בין לבין הצלע ב- ,   
אם קטן מספיק, ניתן לאמר ששלושת הצמתים נמצאים על צלע אחת של המצולע ומכאן שבמקרה כזה הצומת האמצעית מיותרת בייצוג המצולע.  
התנאי השלישי ביחד עם המגבלה של פונקצית המטרה מבטיח שהמצולע הוא קירוב של עקום חלק ומבטיח שהאלגוריתם עמיד יותר על מנת לגשר על פני פערים קטנים וכן להתגבר על הפרעות.

האלגוריתם מסתים כאשר הוא מתכנס, כלומר, פונקצית המטרה מגיעה לערכה האופטימלי.

# פתרון בעית חילוץ רשת דרכים באמצעות מתאר פעיל

## הקדמה

מודל מתאר פעיל (מתאר אקטיבי) או כפי שהוא מכונה נחש (Active contour model או (Snake הוא מסגרת שמטרתה להתוות את קו המתאר של אוביקט מתמונה דו-ממדית שבה יתכן שקיים רעש.

הרעיון בשיטה זו הוא לנסות להביא למינימום את האנרגיה המיוחסת למתאר הנוכחי כסכום של אנרגיה פנימית ואנרגיה חיצונית.

האנרגיה החיצונית אמורה להיות מינימלית כאשר מיקום הנחש הוא על גבול האוביקט (איור 5.1). אנרגיה זו מורכבת מאנרגית התמונה שהיא פונקציה כלשהי הסוכמת (או מבצעת אינטגרציה) על פני כל הפיקסלים המרכיבים את הנחש, אליה מתווספת אנרגיה של אילוצים חיצוניים נוספים.  
הגישה הישירה ביותר לחישוב האנרגיה החיצונית היא לתת ערכים נמוכים כאשר הגרדיאנט סביב מיקום המתאר מגיע לערך השיא שלו.

האנרגיה הפנימית אמורה להיות מינימלית כאשר לנחש יש צורה שאמורה להיות רלוונטית בהתחשב בצורתו של האובייקט הנידון.

הגישה הישירה ביותר מבטיחה אנרגיה גבוהה למתארים מאורכים (כוח אלסטי) ולמתארים מכופפים או בעלי עקמומיות גבוהה (כוח קשיח), בהתחשב בכך שהצורה צריכה להיות משוכללת וחלקה ככל שניתן.



**איור 5.1 – קירוב ראשוני למתאר הדרך באמצעות נחש (צד שמאל) , נחש המיצג את הפתרון לבעית חילוץ הדרך   
(צד ימין) (לקוח מתוך [19])**

באופן פורמלי בהנתן עקום כאשר הוא פרמטר פרופורציוני לאורך הנחש   
(s = 0 תחילת הנחש 1 s =אורכו המלא של הנחש ), ניתן להגדיר את האנרגיה של הנחש באמצעות הביטוי

כאשר מיצגת את האנרגיה הפנימית של העקום כתוצאה מכיפוף, האנרגיה המיצגת את כוחות התמונה ו - האנרגיה המיצגת את אילוצי הכוחות החיצוניים .

### אנרגיה פנימית

האנרגיה הפנימית של הנחש מורכבת מהאנרגיה של קו המתאר של הנחש ומאנרגיה המיצגת את העקמומיות שלו. ניתן להביע זאת מתמטית בצורה

כאשר , הנגזרות הראשונה והשניה של העקום בנקודה בהתאמה.  
 המקדם של האנרגיה הפנימית בנקודה .

המקדם של האנרגיה החיצונית בנקודה .

האיבר מסדר ראשון גורם לנחש להתנהג כמו ממברנה והאיבר מסדר שני כמו צלחת דקה.

שיפוע (נגזרת) גדולה

שיפוע (נגזרת) קטנה

עקמומיות גדולה

עקמומיות קטנה

**איור 5.2 – אפשרויות שונות לצורה הגאומטרית של הנחש: נחש בעל שיפוע קטן (למעלה משמאל) לעומת נחש בעל שיפוע גדול (למעלה ימין) , נחש בעל עקמומיות קטנה (למטה משמאל) לעומת נחש בעל עקמומיות גדולה  
 (למטה מימין)**

ערכים גדולים של יגדילו את האנרגיה הפנימית ככל שהוא ימתח יותר ויותר בעוד ערכים קטנים של יגרמו לפונקצית האנרגיה להיות בלתי רגישה לכמות המתיחה. באופן דומה ערכים גדולים של יגרמו לגידול בערך פונקצית האנרגיה ככל שלנחש יהיו יותר עיקולים בעוד שערכים קטנים יותר של יגרמו לפונקצית האנרגיה להיות בלתי רגישה לעיקולים.  
ערכים קטנים של ו-יציבו פחות אילוצים .

השם Active contour מעיד על כך כי התהליך שמוביל למציאת מינימום לפונקצית האנרגיה הוא תהליך פעיל; תהליך פעיל הוא תהליך איטרטיבי, בתהליך למציאת קו המתאר של אובייקט, מתקרבים בכל איטרציה לקו זה על ידי-כך שמקטינים את ערכה של פונקצית אנרגיה. נהוג להוסיף בפונקצית האנרגיה פרמטר נוסף המציין את הזמן או מספר האיטרציה אליה מתיחסת פונקצית האנרגיה.  
התהליך האיטרטיבי נמשך עד אשר פונקצית האנרגיה מגיע לערכה המינימלי. אנו יודעים שהגענו למינימום כאשר ערך פונקצית האנרגיה אינו משתנה יותר בין איטרציה בזמן לזו שבזמן .

### אנרגיה חיצונית

האנרגיה החיצונית של הנחש מורכבת מאנרגית התמונה ומאנרגיה המיצגת אילוצי כוחות חיצוניים.  
בבעיה שלנו אין אילוצי כוחות חיצוניים ולפיכך האנרגיה החיצונית שווה לאנרגית התמונה בלבד.

אנרגית התמונה מיצגת את המידע הנמצא בתמונה. ניתן לזהות מתאר של אוביקט בעל צבע ששונה בצורה ניכרת מצבע סביבתו, על-ידי חישוב סכום הגרדיאנטים בכל אחת מנקודותיו;

בנקודות השייכות למתאר כזה ערך הגרדיאנט גבוה, לפיכך נחפש בסביבה של האוביקט קו מתאר המביא למינימום את אנרגית התמונה המוגדרת באופן הבא

נשים לב שמכיון שהגרדיאנט אמור להיות גדול בנקודות המתאר יש להגדיר את אנרגיית התמונה בסימן שלילי.

את פונקציה הגרדיאנט מקובל לסמן ב- כך שבסימון זה:

### מציאת מינימום לאנרגית הנחש באמצעות משוואת אוילר

בהנתן נחש בעל אנרגיה

כאשר האנרגיה הפנימית מוגדרת על ידי

והאנרגיה החיצונית היא למעשה אנרגית התמונה, כלומר,

.

נחש המביא למינימום את פונקצית האנרגיה חייב לקיים את משוואת אוילר

משואה זו ניתן לראות כמשוואת כוחות

כאשר

ו-

.

## שיטות אוטומטיות באופן חלקי ומעבר לאוטומטיזציה מלאה

מרבית השיטות לפתרון בעית חילוץ דרך או רשת דרכים הן שיטות אוטומטיות באופן חלקי. בשיטות אלה מפעיל התוכנית לפתרון הבעיה מזין דרך ממשק משתמש נתונים התחלתיים לגבי הדרך. על מנת לעבור מאוטומטיזציה חלקית לפתרון אוטומטי מלא ישנן שתי אפשרויות עיקריות הבאות גם לידי ביטוי בפרק זה.  
דרך אחת היא למצוא באופן אוטומטי תנאי התחלה טובים מהם ימשיך האלגוריתם לרוץ.   
הדרך השניה היא למצוא שיטת פתרון שאינה תלויה בתנאי ההתחלה.   
מבחינה הסטורית כאשר Witkin ,Kass ו-Terzopoulos [23] פיתחו לראשונה את הנחשים הם הציגו שני סוגים כאילו הנראים כעקום פתוח הדומה במראו שלו לנחש (איור 5.3), שניתן להשתמש בו למציאת שול הדרך.



**איור 5.3 – מתאר פעיל דמוי נחש (לקוח מתוך [29])**

סוג המתאר השני נראה כעקום סגור שניתן להשתמש בו לעטוף קטע של הדרך מבחוץ, ויותר מכך, ניתן להשתמש בו לזהות מספר קטעי דרכים ברשת דרכים בעת ובעונה אחת (איור 5.1).

במאמר של et al. Kassהיו שתי הנחות. ההנחה הראשונה מתיחסת לאורך או היקף הנחש שיש לספק: את הנחש או המתאר יש לאתחל לכל אורך האוביקט אותו מעונינים למצוא. ההנחה השניה מתיחסת למיקומו הראשוני של הנחש או המתאר: יש לאתחלם בקרבת האוביקט או במקרה שלנו בקרבת הדרך. כתוצאה מהנחות אלו נוצר מצב שהאלגוריתמים שבוססו באותה תקופה על נחשים היו אוטומטיים באופן חלקי. שלב האתחול בוצע על-ידי אדם שהיה מסמן את המתאר הראשוני על גבי התמונה והאלגוריתם היה מתחיל לרוץ עם מתאר ראשוני זה.   
על מנת להתגבר או לצמצם במידה נכרת את התלות בצורך לסמן נקודות לכל אורך הדרך פותח סוג נחש הנקרא נחש רוכסן ziplock snake) ). נחש זה דורש לאתחלו בשתי נקודות בלבד אחת בכל אחד מקצוות שול הדרך אותה רוצים למצוא. שתי נקודות אלו יש לבחור במקום בו שול הדרך ברור זאת על מנת שנוכל למצוא את כיוונה בנקודות הקצה.

האלגוריתם האחרון שנראה בפרק זה מדגים כיצד ניתן להגיע לאוטומטיזציה מלאה בדרך השניה, קרי, ללא תלות בתנאי ההתחלה . אלגוריתם זה מאפשר לאתחל את הנחשים במרחק רב מתוואי הדרך ובכך מסיר את התלות בנתוני התחלה טובים שמשמעותם סימון כלשהו באיזור תוואי הדרך.  
אלגוריתם זה בונה שדה וקטורי מוגדר על פיקסלי התמונה כך שזרימת הוקטורים מכל פיקסל בתמונה תהיה לעבר נקודה כלשהי בתוואי הדרך הקרוב לפיקסל זה. שדה וקטורי זה מבוסס על האבחנה שבשולי הדרך עוצמת הגרדיאנט גדולה ואילו באיזורים בעלי גוון הומוגני עוצמת הגרדיאנט קטנה, מכאן שמה של שיטה זו GVF – Gradient Vector Flow.  
שיטה זו בונה פונקציונל אנרגיה שבו האנרגיה החיצונית מושפעת מהשדה הוקטורי כך שגם נחשים המאותחלים רחוק ממתאר הדרך יתכנסו בצורה מהירה לעבר מתאר הדרך. יצוין גם שבשיטה זו ניתן לאתחל את הנחש בתוך או מחוץ לתוואי הדרך.

## Ziplock snakes

## צמצום הצורך בקירוב פוליגוני מושלם לתוואי הדרך

אחת הבעיות העיקריות בזיהוי אוביקטים באמצעות המודל הכללי של נחשים הוא הצורך לספק קירוב פוליגוני כמעט מושלם למתאר של האוביקט אותו רוצים לזהות.  
בפרט בעיה זו באה לידי ביטוי בתמונות שצולמו מן האוויר ומן החלל בהן אנו רוצים לזהות דרך, זאת מכיון שישנם חלקים של הדרך המוסתרים על-ידי עצים או ביניינים או שצילם של גופים אלו נופל על הדרך. על מנת להתגבר על בעיה זו הציעו בשנת 1994 Neuenschwander, Fua, Szekely ו- Kubler [33] מודל לפתרון הבעיה המפשט באופן ניכר את תהליך האתחול ומשיג התכנסות טובה בהרבה מזו של הנחש המסורתי. תהליך האתחול במקרה זה מבוצע על-ידי שתי נקודות בלבד המהוות את קצות הנחש.  
הרעיון של .et al Neuenschwander למציאת קו מתאר בצורת נחש הוא לבצע תהליך איטרטיבי שבו בכל איטרציה משתמשים ביותר נקודות בתמונה על מנת לקבל צורה הקרובה יותר לנחש המהווה את קו המתאר של האוביקט. על מנת להתחיל מקירוב טוב לקו המתאר, על פי שיטתם של Neuenschwander et al., יש צורך לבחור שתי נקודות המהוות את קצותיו של הנחש וכן את כיוון הנחש בשתי נקודות אילו. האיטרציה הראשונה בונה את הנחש ההתחלתי על סמך אינפורמצית התמונה וכיוון הנחש בשתי נקודות הקצה שנבחרו. בהמשך בכל איטרציה מוצאים זוג נקודות נוסף הנמצאות ליד זוג הנקודות שנמצא באיטרציה הקודמת, באופן כזה שהנקודות שנבחרו באיטרציה הנוכחית מקדמות אותנו לעבר מרכז הנחש. בחירת הנקודות בכל איטרציה מבוססת על שיטת אופטימיזציה, המתחשבת באנרגית התמונה רק באותן נקודות שנבחרו עד כה, כולל כמובן האנרגיה בזוג הנקודות שאנו מחפשים באיטרציה הנוכחית. בנקודות שנמצאות על הנחש ולא נבחרו איננו מתחשבים באנרגיית התמונה, כלומר, אנו מניחים (באופן זמני) שגודלה אפס. בסופו של התהליך ההדרגתי נגיע לנקודת המרכז של הנחש, בשלב אנו מתחשבים באנרגית התמונה בכל נקודותיו של הנחש ובכך אכן הבטחנו כי אכן השגנו מינימום לאנרגית הנחש הכוללת אנרגיה פנימית (צורת הנחש) ואנרגיה חיצונית (אנרגית התמונה). שמם של הנחשים נגזר מהאופן בו מבוצע התהליך, הנחשים מהודקים סביב מתאר התמונה באופן המזכיר רוכסן (Ziplock).

### הצגת נחש בצורה בדידה

באופן מעשי על מנת להביא למינימום את אנרגית הנחש

יש להציג את העקום באופן בדיד וזאת ע"י דגימתו באינטרולים קבועים. ניקח אם כן את להיות עקום מצולע המוגדר באמצעות n+1 נקודות: כמובן שביצוג זה t מציין את מספר האיטרציה .

נשתמש כעת בשיטה הנקראת finite differences על מנת להציג את ונגזרותיה בייצוג בדיד.

*היא פונקציה ריבועית וניתן בצורה*

כאשר היא מטריצה מסדר שבה האיברים היחידים ששונים מאפס נמצאים באלכסון הראשי ובשני האלכסונים הראשונים הבאים אחריו ולפניו (pentadiagonal matrix)  
ו- *, .  
כעת לפנינו פונקציה של משתנים . פונקציה זו עשויה לקבל מינימום בנקודות בהן מתקיים*

*או*

כאשר

או בצורת מטריצות

אם נסמן את כוחות התמונה ו- , נקבל מהשוואות (1) ו-(2)

כאשר כוחות התמונה הם

נוכל אם כן לרשום שתי מערכות של משוואות לינאריות

למעשה זוהי מערכת משוואות לינאריות למחצה semi-linear)) שכן ו- תלויים במיקומן של הנקודות. באופן שקול את מערכת המשוואות (3) ניתן לרשום כמערכת של זוג משוואות דיפרנציאליות

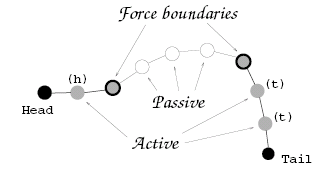
### פתרון בעית המינימיזציה עם תנאי שפה

ע"י קיבוע נקודות הקצה ו- , וחישוב המשיק לעקומת הנחש , קרי, המשיק לעקום בנקודות אלו ניתן להגיע למערכת משוואות:

*כאשר ו-* וקטורים באורך ו- מטריצה מסדר .  
קיבוע נקודות הקצה ו- משמעו שהן אינן משתנות במהלך האלגוריתם.  
 לפיכך ע"י הסרת שתי המשוואות הנוגעות לנקודות הקצה וע"י הסרת מקדמי המטריצה ( למעשה בונים מטריצה נוספת מסדר הנגזרת מהמטריצה המקורית הכוללת שני צמתים פיקטיביים לחישוב ערכי הנגזרות בנקודות הקצה ) משתי העמודות הראשונות ושתי העמודות האחרונות.  
מערכת המשוואות (5) היא מערכת סמי-לינארית כיון שאגף ימין אינו קבוע ותלוי במיקומו הנוכחי של הנחש. כמו כן כפי שהראינו בסעיף הקודם (סעיף 5.3.2) האיברים היחידים במטריצה ששונים מאפס נמצאים באלכסון הראשי בשני האלכסונים מעליו ובשני האלכסונים מתחתיו, כמו כן המטריצה היא בלתי הפיכה (לא נוכיח זאת) לפיכך יש לפתור את המערכת באמצעות איטרציות.

על מנת למצוא את ערכי הנחש ההתחלתיים כלומר את פותרים את מערכת המשוואות ההומוגניות המתאימה ל-(4)

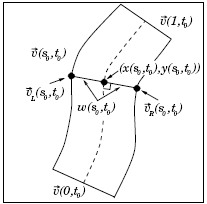
בשלב זה ה"נחש" אינו מרגיש כלל כוחות חיצוניים. פתרון המשוואה (6) הוא כפי שנאמר קודם באמצעות קיבוע נקודות הקצה וחישוב המשיק לעקום הנחש בנקודות אלו.  
במהלך האלגוריתם אנו "מדליקים" את הכוחות החיצוניים החל מנקודות הקצה (שתי נקודות בכל איטרציה) ומתקדמים בהדרגה עד למרכז. נקודות בהן מופעל כח יכונו פעילות (active) ונקודות בהן לא פועל כח יכונו סבילות (passive). לגבול הנקודות בהן מופעל כח נקרא "גבולות הכח" (force boundaries).  
לקצה אחד של גבולות הכח נקרא ראש (head) ולשני זנב (tail) (ראה איור 5.4).



**איור 5.4 – גבולות הכח של נחש רוכסן (לקוח מתוך [33])**

## Ribbon Snake

המודל שהוצע לעיל הוא מודל כללי המתיחס לאוביקטים בעלי צורות שונות. בשנת 1996 הציע Fua [17] מודל הנקרא ribbon snake. מודל זה מותאם לבעית מציאת דרך בכך שהוא מוסיף פרמטר נוסף: רוחבה של הדרך. הנחש עצמו מוגדר להיות עקום העובר בדיוק במרכז בין השול השמאלי של הדרך לבין השול הימני של הדרך (ראה איור 5.5).

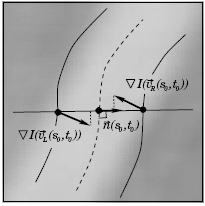


**איור 5.5 – מודל של נחש סרט (לקוח מתוך [17])**

עבור חילוץ דרך נרחיב את הנחש המקורי עם רכיב רוחב המוביל לנחש המוגדר באופן הבא:

כאשר פרמטר עקום הנחש פרופורציוני לאורכו, הוא הזמן הנוכחי, ו-הן הקואורדינטות של מרכז הנחש ו-הוא חצי מרוחב הנחש הנמדד מאונך לקו המרכז. כפי שנראה באיור למעלה קו המרכז ורוחבו קובעים את צידו השמאלי ואת צידו הימני של הנחש המסומנים ב- ו- בהתאמה.   
כעת האנרגיה הפנימית של הנחש זהה לזו שבמודל המקורי, אולם בשונה מהמודל המקורי כוחות התמונה באים לידי ביטוי לאורך הצדדים.   
כאשר מבצעים אופטימיזציה לנחש מסוג ribbon בתמונה בה הדרך בהירה על רקע כהה, נגדיר את פונקצית כוחות התמונה שנסמנה ב- כסכום עוצמות הגרדיאנטים לאורך העקומים ו- . דרך טובה יותר לעשות זאת היא לחשב את היטל הגרדיאנט על הנורמל לנחש ולחשב את ההטלה כך שהיא בסימן חיובי בצד השמאלי של הנחש ובסימן שלילי בצידו הימני (ראה איור 5.6). בדרך זו מושגת התאמה בין צידי הדרך וצידי ה-ribbon.   
נגדיר אם כן את הפונקציה

נשים לב שבביטוי זה שתי מכפלות סקלריות: מכפלתו של הוקטור *עם הוקטור* ומכפלתו של הוקטור עם אותו הוקטור.  
הסימן לפני המכפלה הסקלרית של הוקטור עם הנורמל הוא סימן חיובי כיון שהוקטור הינו באותו כיוון של הנורמל ולפיכך תוצאת מכפלתם חיובית. הסימן לפני המכפלה הסקלרית של הוקטור עם הנורמל הוא סימן שלילי כיון שהוקטור הינו בכיוון מנוגד לזה של הנורמל לפיכך תוצאת מכפלתם שלילית.   
בצורה זו נקבל שהערך תמיד חיובי והוא גדל ככל שהנחש ממוקם טוב יותר.  
 מיקום נחש הוא טוב כאשר מתקיימים שני תנאים: התנאי הראשון הינו שכיוונו של הנורמל לעקומת מרכז הנחש בנקודה יהיה קרוב לכיוונו של הגרדיאנט בנקודה המתאימה על השול השמאלי של הנחש, קרי, לכיוון הגרדיאנט בנקודה . התנאי השני הוא שכיוונו של הנורמל לעקומת מרכז הנחש בנקודה יהיה קרוב לוקטור המנוגד בכיוונו לגרדיאנט בנקודה המתאימה על השול הימני של הנחש, קרי, לכיוון הנגדי לכיוון הגרדיאנט בנקודה   
(ראה איור 5.6 ). כאשר בונים את הביטוי לפונקצית האנרגיה אותה (כפי שהוזכר קודם) רוצים להביא למינימום יש אם כן לקחת בסימן שלילי את ערך הפונקציה .



**איור 5.6 – הגרדיאנטים השמאלי והימני של התמונה והטלתם על וקטור נורמל היחידה של הנחש (לקוח מתוך [17])**

האנרגיה הכוללת של הנחש תהיה אם כן

## Gradient Vector Flow (GVF)

לנחשים שהוזכרו עד כה שני חסרונות עיקריים: ראשית על מנת שהנחש יתכנס לשפתו של האוביקט עליו להיות מלכתחילה בקרבת אותה שפה, כלומר, כאשר אנו מאתחלים את הנחש עלינו לאתחלו בקרבת הדרך אותה ברצונינו למצוא. נחשי ziplock נותנים מענה חלקי לבעיה זו בכך שהם מאלצים אותנו לבחור כתנאי התחלה שתי נקודות בלבד, כך ששתי נקודות אלו יהיו בשני קצותיו של הנחש וקרובות לשפת הדרך. ההכרח לאתחל את הנחש בקרבת האוביקט שאליו אנו מעוניינים שיתכנס נובע מן העובדה שאנו מתבוננים באנרגית התמונה עליה אנו מסתכלים כאנרגיה שלילית שהיא למעשה ביטוי למינוס סכום כוחות התמונה שבאים לידי ביטוי בשינויי צבע (גרדיאנט בעל ערך גבוה). ברור כי כוחות אלו חזקים ומשפיעים רק בסביבת שפת האוביקט או במקרה שלנו הדרך. לעומת זאת, אם נאתחל את הנחש באיזור המרוחק מן הדרך ונניח כי באיזור זה אין שינוי משמעותי בגוון, אזי הנחש ישאר באיזור זה ולא יזוז, זאת כיון ששינויים קלים בצורתו לא ישנו את כוחות התמונה הפועלים עליו.  
חסרון נוסף של הנחשים שהוזכרו עד כה הוא בהתכנסות לאיזורים בהם קיים קיעור.  
לדוגמא נתבונן בשפתו של אוביקט דמוי האות U (ראה איור 5.7).



**איור 5.7 – בעית התכנסות של נחשים ללא שדה גרדיאנט וקטורי לאיזורים קעורים מודגמת באמצעות מתאר דמוי האות האנגלית U (לקוח מתוך [43])**

מכיון שתחתית האיזור הקעור רחוקה מנקודות הנחש, הנחש לא התכנס אליה באמצעות שיטות המשתמשות בפונקצית אנרגיה המבוססת על חישוב סכום גרדיאנטים בלבד.  
הרעיון כיצד להתגבר על בעיה זו באצעות שדה גרדיאנט וקטורי הוצג על-ידי Xu ו- Prince [43]. כפי שראינו קודם בסעיף 5.1.3 את הפתרון לבעית המינימיזציה של אנרגית הנחש ניתן לקבל מפתרון משוואת הכוחות

הרעיון של Xu ו-Prince הוא להחליף את הכוח החיצוני בשדה וקטורי, כלומר, להגדיר את משוואת הכוחות באופן הבא:

כאשר הוא שדה וקטורי מוגדר על מרחב התמונה. כלומר היא התאמה המתאימה לכל פיקסל בתמונה וקטור .  
השדה הוקטורי שהוגדר על-ידי Xu ו-Prince מוגדר לא על התמונה המקורית אלא על תמונת שפות בינארית או בגווני אפור המתקבלת מ- .  
נסמן תמונה זו ע"י ; ניתן לקבל אותה למשל ע"י חישוב עוצמת הגרדיאנט בכל פיקסל :  
. לשדה זה מספר תכונות רצויות: בכל נקודה p הנמצאת על שפתו של אוביקט מכוון (מצביע) השדה הוקטורי בכיוונו של הגרדיאנט של p. במלים אחרות בנקודות בהן ערך הגרדיאנט גבוה מכוון השדה הוקטורי בכיוונו של הגרדיאנט באותה נקודה. לעומת זאת  
כאשר מתרחקים משפתו של האוביקט, כלומר, כאשר נמצאים באיזור בעל גוון הומוגני, בו ערכו של קטן, משתנה השדה הוקטורי באופן איטי.  
השדה הוקטורי שהוגדר מספק אם כן פתרונות לשתי הבעיות שהוצגו קודם: הצורך לאתחל את הגרדיאנט בקרבת האוביקט שאת שפתו אנו מחפשים איננו קיים עוד. מבנה השדה שומר על ערך גבוה באיזור בו ערך הגרדיאנט גבוה, קרי, ליד קצוות אוביקטים, אולם מפת הגרדיאנט מוארכת לתוך איזורים הומוגניים הרחוקים מן הקצוות.  
תכונה נוספת חשובה של השדה הוקטורי שהוגדר על-ידי Xu ו-Prince היא יכולתו להצביע לעבר גבולות קעורים ובכך להתגבר על בעיה נוספת עימה לא הצליחו להתמודד הנחשים שהוזכרו עד כה.

על מנת לקבל את תכונות השדה הוקטורי שצוינו לעיל הגדירו Xuו – Prince   
Gradient Vector Flow field המביא למינימום את פונקציונל האנרגיה:

כאשר f היא פונקציה המייצגת את תמונת המתארים של האובייקטים בתמונה המקורית I .

הוא פרמטר משקל המסדיר את היחס בין הפרמטר החלק הראשון לחלק השני בתוך האינטגרנד.

יש לכוון פרמטר זה לפי כמות הרעש המצויה בתמונה, יותר רעש הגדל את .  
שדה זה מכונה בקיצור GVF והנחש המתאים נקרא GVF snake.  
הפונקציונל מתאים למטרותינו, ראשית אנו רואים שכאשר קטן, האנרגיה נשלטת ע"י סכום הנגזרות החלקיות של השדה הוקטורי, ומכאן שבאיזורים אילו תהיה השתנות איטית של השדה הוקטורי. מצד שני, כאשר גדול , האיבר השני שולט באינטגרנד, והוא מגיע למינימום כאשר . כתוצאה מכך אנו מקבלים את האפקט הרצוי השומר על V כמעט שווה לגרדיאנט של תמונת השפה (המתאר) כאשר הוא גדול , אבל כופה על השדה להשתנות באיטיות באיזורים הומוגניים.

  
**איור 5.8 – התכנסות של נחשים באמצעות כוח חיצוני של GVF לאיזורים קעורים (לקוח מתוך [43])**

בתמונה השמאלית (a) באיור 5.8 אנו רואים התכנסות לאוביקט שצורתו דומה לזאת של האות האנגלית U המונחת על רקע לבן. ההתכנסות ממומשת באמצעות כוח חיצוני הממומש על ידי GVF (b). בצד ימין אנו רואים תמונה של השדה הוקטורי המתאים בהגדלה ליד האיזורים הקעורים. נשים לב כי הוקטורים אכן מכוונים לעבר שפת האוביקט דמוי ה-U וככל שאנו קרובים יותר לשפה הם גדולים יותר. כך נוכל להגדיל את טווח התפיסה (capture range).  
גם אם נתחיל מנחש המרוחק מהאות U (נניח נחש בצורת מלבן או עיגול המקיף אותה) אזי בהינתן השדה הוקטורי המוראה בצד ימין, פשוט נתקדם בכיוון עליו מצביעים הוקטורים עד אשר כיוונם מתהפך.  
תכונות אלו של השדה הוקטורי מאפשרות להגדיל את טווח התפיסה (capture range) של עקום הנחש ובכך מאפשרות להתגבר על הצורך הבעיתי לאתחל את הנחש בקרבת האוביקט אותו מחפשים. כמו כן, מכיון שהשדה הוקטורי מתכנס גם כאשר הנחש מאותחל בתוך שפת האוביקט וגם כאשר הוא מאותחל מחוץ לשפת האוביקט, אזי ניתן לאתחל את הנחש מבפנים או מבחוץ לאוביקט על מנת לקבל את התוצאה הרצויה.

כפי שהוזכר קודם, כאשר מחשבים את השדה הוקטורי בשיטת GVF יש לחשבו על תמונת המתאר של האוביקטים ולא על התמונה המקורית. לפיכך מציעים Nakaguro ,Makhanov ו- Daily [32] לחשב ראשית את תמונת המתאר באופן הבא: הם מפעילים שמונה מסננים של LoG המכוונים ל-8 כיוונים ועבור דרכים בהירות על רקע כהה לוקחים את התגובה המינימלית. מסנן LoG, קרי, לפלסיאן המופעל על גאוסיאן מתאים ביותר לזיהוי דרך מתמונות לווין כיון שראשית מבצעים לתמונה טשטוש באמצעות גאוסיאן על מנת להתגבר על רעשים בתמונה ולאחר מכן מפעילים מסנן של לפלסיאן המחדד את המתארים של האוביטים בתמונה ובמקרה שלנו את שולי הדרך. השם שניתן לפילטר זה הוא oriented filter(מסנן מכוון) .

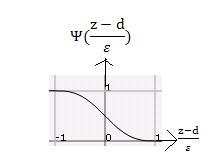
## מודל ריבועי לנחשים (quadratic snake model)

עד כה ראינו מודלים לינאריים של נחשים שבאים ליד ביטוי מבחינה מתמטית באמצעות אינטגרל בודד המיצג פונקצית אנרגיה הסוכמת (מבצעת אינטגרציה) מאפיין כלשהו שמתיחס לכל נקודה בעקום כנקודה בודדת העומדת בפני עצמה, למשל הגרדיאנט בכל נקודה או העקמומיות בכל נקודה. למודלים אלו חסרון בולט: הם אינם מביאים לידי ביטוי קשר המתקיים בין קבוצות של נקודות אותן אנו חוקרים. בבעיה של מציאת דרך ניתן להגדיר קשר כזה בין כל שתי נקודות.  
נניח שאנו מניחים כי הרוחב הממוצע של הדרך (או קטע הדרך) שברצונינו למצוא הוא ונניח כי אנו מניחים שונות של עד , כלומר רוחב הדרך יכול לנוע בין ל – .  
נתבונן בסביבתה של נקודה מסוימת , נרצה לעודד נקודות הנמצאות בסביבת ובאותו צד (שול) של הדרך להיות בעלות וקטור משיק מקביל לזה של (או קרוב למקביל). לעומת זאת נרצה למנוע מנקודות הנמצאות בסביבת הנקודה ובצד בשני של הדרך מלהיות קרובות מדי ל-, כלומר, נרצה למנוע מצב שהמרחק בינן לבין p יהיה קטן מ- .  
במאמרם משנת 2006 מציעים Jermyn ,Rochery ו- Zerubia [38] להגדיר את פונקצית האנרגיה הכללית של הנחש באופן הבא:

את האנרגיה הגאומטרית ואת אנרגית התמונה נסמן בקיצור ו- בהתאמה.  
כעת הביטוי שהוצע על מנת להביע את האנרגיה הגאומטרית הוא:

כאשר הוא האורך האיקלידי של המתאר , הוא השטח הסגור ע"י המתאר , הוא וקטור היחידה המשיק לעקום בנקודה ,  *המכפלה הסקלרית של הוקטורים*  *ו-*ו- היא פונקצית יחסי הגומלין המשמשת להעריך את יחס הגומלין בין שתי נקודות בהינתן המרחק ביניהן (ראה הסבר בהמשך). ו- הם שני קבועים המשמשים כמשקלים לקביעת החשיבות היחסית של הגורמים. נזכור כי מטרתינו להביא למינימום את הפונקציונל לעיל. ברור כי ככל שאורך המתאר קטן יותר כך קטן יותר , כמו כן חיובי מעודד מתארים הכולאים שטח קטן ואילו שלילי מעודד מתארים הכולאים שטח רחב. עבור חיובי מתקרב למינימום כאשר המתאר בעל אורך קצר ומשיקים מקבילים. נסביר זאת ביתר פירוט:  
 הביטוי השלישי שהוא ביטוי ריבועי (אינטגרל כפול) אחראי ליחסי הגומלין בין נקודות על הנחש. פונקצית יחסי הגומלין  *היא פונקציה חלקה בעלת פרמטר ; באמצעות הפרמטר מבטאת את רדיוס האיזור שבתוכו מעודדים שני משיקים מקבילים ומונעים משיקים אנטי-מקבילים (מקבילים אבל מצביעים לכיוונים מנוגדים):*

בהקשר של חילוץ דרך, הוא רוחב הדרך המשוער ו-מיצג את השונות המשוערת.  
 עבור חיובי נרצה שהאינטגרל הכפול יהיה בעל ערך מקסימלי. נשים לב שעבור וקטורי יחידה משיקים ומקבילים ערך המכפלה הסקלרית  
 הוא 1 ואילו עבור וקטורי יחידה משיקים אנטי מקבילים ערך המכפלה הסקלרית הוא . כעת אם נתבונן בשתי נקודות ו- בעלות שני משיקים מקבילים, כלומר, הנמצאות באותו שול של הדרך, שהמרחק ביניהן z מקיים ערך מכפלת האינטגרנד הוא 1. עבור וקטורים כמעט מקבילים יהיה הערך קרוב  
 ל-1. כלומר פונ קציונל האנרגיה הגיאומטרי שהוגדר מעודד מצב בו שתי נקודות נמצאות באותו שול והמרחק ביניהן קטן מ- . לעומת זאת אם נתבונן בשתי נקודות ו- הנמצאות בשני שולי הדרך שהמרחק ביניהן z מקיים ווקטורי המשיקים להן הם אנטי מקבילים אזי ערך מכפלת האינטגרנד שווה ל- . כלומר פונקציונל האנרגיה הגאומטרי שהוגדר מונע (או מקטין את האפשרות) למצב בו המרחק בין שתי נקודות הנמצאות בשולי דרך שונים יהיה קטן מ-*.*  
עבור זוג נקודות הנמצאות משני צידי הדרך המרוחקות זו מזו במרחק *, ערכה של הפונקציה מתקרב במהירות לעבר הערך 1, כאשר המרחק בין זוג הנקודות קטן ומתקרב ל- וזאת במגמה למנוע משני צידי הדרך להתקרב יתר על המידה זה לזה.   
גרף הפונקציה למטה מתאר את הערך של הפונקציה כתלות ביחס .*

*****איור 5.9 – גרף פונקצית יחסי הגומלין בין נקודות הנחש הריבועי***

פונקציונל אנרגית התמונה מוגדר על-ידי

הוא הנורמל לעקום הנחש המכוון כלפי חוץ.  
הביטוי הלינארי מעדיף מצבים בהם הנורמל המכוון כלפי חוץ מנוגד לגרדיאנט התמונה, או במלים אחרות, מצבים בהם הדרך היא בהירה מסביבתה . כאשר זה המצב יש העדפה גם לגרדיאנטים גדולים הפונים כלפי פנים המתאר.  
הביטוי השני מתאר את הקשר בין זוגות נקודות על המתאר, קשר שלא ניתן להביע באמצעות אינטגרל בודד. השפעה של ביטוי זה מתבטאת בהעדפה של שני מצבים המודגמים באיור למטה: ראשית הוא מעדיף זוגות של נקודות בהם המשיקים מקבילים זה לזה והן אינן רחוקות מדי זו מזו, קרי, נקודות באותו צד של הדרך בהן הגרדיאנטים גדולים ומצביעים לאותו כיוון. שנית יש העדפה למצבים בהן לזוגות הנקודות משיקים אנטי מקבילים (כלומר נקודות בצדדים שונים של הדרך) שהגרדיאנטים בנקודות אלו מצביעים לכיוונים מנוגדים והם גדולים (איור 5.10).  
המקרה האחרון חשוב כיון שהוא מאפשר למודל לתפוס את ההתנהגות המשותפת המוצגת באמצעות צדדים מנוגדים של הדרך.



**איור 5.10 – נקודות קרובות זו לזו הנמצאות באותו שול של הדרך מתאפיינות בגרדיאנטים מקבילים (צד שמאל). נקודות קרובות זו לזו הנמצאות בשני שולי הדרך מתאפיינות בגרדיאנטים אנטי-מקבילים (צד ימין) (לקוח מתוך [38])**

על מנת למצוא את העקום המביא למינימום את האנרגיה הכוללת של הנחש

, יש להגיע למשוואת אוילר ע"י שימוש בחשבון וריאציות (calculus of variations) . ע"י שימוש ב-gradient descent וע"י התעלמות מהזרימה בכיוון המשיק לעקום נקבל כי ההתקדמות בכיוון הנורמל בזמן t מחושבת באופן הבא:

כאשר העקמומיות של בנקודה ו- הלפלסיאן של מוערך בנקודה .

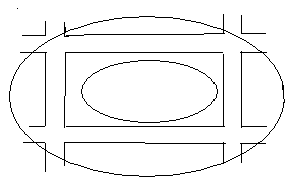
הוא וקטור היחידה המצביע מהנקודה לעבר הנקודה . הוא ה-Hessian בגודל *של* I *מוערך בנקודה . ,ו-*הם *משתנים חופשיים שיש לקבוע באופן נסיוני.*  ו- נתונים מראש לפי רוחב הדרך הרצוי.

## שימוש בשדה הוקטורי

כפי שהסברנו בסעיף 5.5 השדה הוקטורי המבוסס על הגרדיאנט מחושב על תמונת השפות של התמונה המקורית וזאת לפני שהנחש מתפתח. נוסחא (3) בסעיף .65 מתארת את גודל התקדמותו של הנחש בכיוון הנורמל לעקומו בנקודה p בזמן t. נוסחא זו אינה מביאה בחשבון את השדה הוקטורי. על מנת לשלב את השדה הוקטורי נוסיף לחישוב נוסחא (3) בסעיף .65 את הכוח  
 , כאשר המשקל מהווה את יחס החשיבות של כוחות שדה ה-GVF לכוחות האחרים המופיעים בנוסחא (3) בסעיף .65. באופן ברור תוספת כוח השדה הוקטורי מעודדת את הנחש להתקדם לעבר המתארים של קצות הדרך בהם באופן אידיאלי .

## משפחה של נחשים ריבועיים

נחש בודד יחיד אינו יכול לחלץ מספר רשתות בלתי מקושרות מתמונה. הפתרון שמציעים Nakaguru et al. לבעיה זו הוא שימוש במשפחה של נחשים שיכולים להתחלק, להתמזג ולהעלם כנדרש. בנוסחת ההתקדמות של הנחשים הריבועיים (משוואה (3)) בשל העקמומיות וקבוע השטח , כאשר מגדירים את הנקודות על עקום הנחש נגד כיוון השעון מקבלים נחש מתכווץ; כאשר מגדירים את הנקודות על עקום הנחש עם כיוון השעון מקבלים נחש גדל. איזור סגור בתוך התמונה ניתן לחלץ באופן אפקטיבי ע"י אתחול שני נחשים, אחד מתכווץ המכסה מבחוץ חלק סגור מרשת הדרכים והאחר נחש גדל בתוך האיזור הסגור על ידי חלק זה (איור 5.11).

  
**איור 5.11 – חילוץ חלק סגור מרשת הדרכים באמצעות נחש פנימי מתרחב ונחש חיצוני מתכווץ**

בסעיפים 5.6 פיתחנו את נוסחת התקדמותו של הנחש, באיטרציה מסוימת, בכל אחד מהפיקסלים המרכיבים אותו. תהי איטרציה מסוימת בהתקדמות הנחש; נסמן את גודלה המקסימלי של התקדמות הנחש על פני כל הפיקסלים השייכים לו באיטרציה ב- . נקרא ל- בקיצור גודל הצעד המקסימלי (ביחס לאיטרציה כלשהי).  
 פיצול נחש לשני נחשים על פי Nakaguru et al. יש לבצע כאשר שתיים מזרועותיו קרובות זו לזו יתר על המידה, כלומר, כאשר המרחק בין שתי נקודות נחש קטן מ- ושתי נקודות אלו נמצאות לפחות במרחק של k נקודות נחש זו מזו משני כיווני המעבר מנקודה לנקודה, קרי, עם ונגד כיוון השעון.

מיזוג של שני נחשים בוחר נקודות בהן ישנה עקמומיות גבוהה וממזג שני נחשים כאשר מתקיימים שלושה תנאים: שתי הנקודות הנבחרות קרובות ממרחק מיזוג מינימלי המוגדר מראש ,  
כיוון הנחשים (עם או נגד כיוון השעון) זהה והמשיקים בנקודות בהן העקמומיות גבוהה הם כמעט אנטי מקבילים. נקודות בהן העקמומיות גבוהה הן נקודות שבהן *, כאשר היא העקמומיות המקסימלית עבור כל נקודה על . כאשר שלושת תנאים אלו מתקיימים שני הנחשים מתמזגים ע"י מחיקת הנקודות בהן העקמומיות גבוהה ומיזוג בחורים שנוצרים.  
מחיקת נחש תתבצע כאשר היקפו קטן מערך .*

## תוצאות ניסויים של הרצת אלגוריתם מבוסס על משפחת נחשים במודל לינארי וריבועי

על מנת לבדוק את האלגוריתם המבוסס על משפחה של נחשים ריבועיים בצעוNakaguru Makhanov ו-Daily ניסויים שונים על תמונות קלט שונות. בניסוי הראשון נבדק המודל כנגד רעש, בניסוי השני נבדק המודל כנגד רשת דרכים המכילה מספר רב של לולאות, צמתים ומבנים מפריעים. הניסוי השלישי בוצע על רשת המכילה כבישים בעלי רוחב משתנה. בניסוי הרביעי נבדק האלגוריתם כנגד רשת גדולה ומורכבת. כל התמונות הושגו באמצעות תוכנת Google Earth.

בניסויים בוצעה מניפולציה לשלושה משתנים:

* רמת הרעש – לתמונות הוספו ארבע רמות של רעש גאוסיאני.
* סוג נחש ה-GVF – נחש המחושב על תמונה שהתקבלה מהתמונה המקורית ע"י הפעלת oriented filter, נחש זה מכונה ע"י הכותבים plainGVF. סוג הנחש השני מחושב ע"י שילוב של oriented filter ו-מציאת שפות האובייקטים באמצעות Canny edge detection.
* סדר המודל- המקרה הראשון מתיחס למודל הלינארי הפשוט שמתקבל על ידי ביטול האיברים הריבועיים מנוסחאות (1) ו-(2) מסעיף 5.6 לחישוב האנרגיה הגאומטרית ואנרגית התמונה. במקרה השני הריבועי חושבו האנרגיות באופן מלא באמצעות נוסחאות (1) ו-(2) מסעיף 5.6.

עבור כל אחד מהניסיונות כוונו באופן ידני הפרמטרים החופשיים על מנת לקבל את התוצאות הטובות ביותר. עבור הפרמטרים של המסנן המכוון בוצע כיוון לסטית התקן בשני הכיוונים: ערכו של צריך להיות בערך כרוחב הדרך וערכו של צריך להיות גדול בין פי 1.5 עד פי 10 מ-. הפרמטרים קשורים למודל התפתחות הנחש. ערכי גדולים עוזרים להתגבר על נקודות בעלות ערך גוון גבוה הנוצר כתוצאה מרעש. ערכו של הוגדר גבוה מספיק על מנת למנוע מהנחש לחתוך את עצמו במקרה של נחשים ריבועיים, במקרה של נחש לינארי ערך זה הוא כמובן 0. ערכו של נקבע ל- 3. הערכים של רוחב הדרך *והסטיה המותרת ממנה*  *כוונו באופן ידני עד לקבלת התוצאות הטובות ביותר.*

*בנוסף חשוב לציין כי האתחול של המתארים בוצע באופן ידני על מנת לבצע סגמנטציה מוצלחת לרשת הדרכים ועל-ידי כך להמנע מאיזור הרקע המוקף ע"י לולאת דרך.*

*האלגוריתם מסיים את התפתחות המתאר כאשר האנרגיה הכוללת של הנחש מפסיקה לקטון עבור מספר כלשהו של איטרציות.*

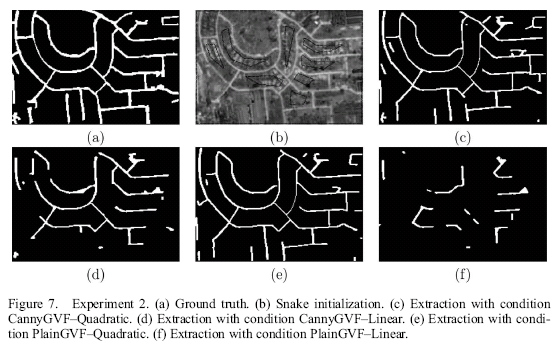
על מנת להעריך את התוצאות יצרו Nakaguru, Makhanov ו-Daily תמונות שטח אמיתיות (ground truth) באופן ידני. תמונות אלו שמשו לחישוב מספר מדדי הערכה:   
דיוק (precision) – החלק היחסי של פיקסלים שזוהו באופן נכון כפיקסלי דרך מתוך כלל הפיקסלים שזוהו כפיקסלי דרך.  
 Recall - החלק היחסי של פיקסלים שזוהו כפיקסלי דרך מתוך כלל פיקסלי הדרך האמיתיים כפי שמופיעים (או נספרים) בתמונות השטח האמיתיות.

-  *הממוצע ההרמוני של מידות הדיוק וה-*recall*, קרי,*

מרחק Hausdorff ממוצע על פני כל המתארים – עבור כל מתאר בתמונת השטח במציאות חושב המרחק של הפיקסל הרחוק ביותר במתאר זה לבין המתאר המקביל לו בתמונת הפלט ואז נלקח ממוצע המרחקים על פני כל המתארים.

בנוסף נבדק האם נשמר מבנה הגרף המתאר את רשת הדרכים.

תוצאות הניסויים מעידות על יתרון ברור עבור משפחת נחשים ריבועיים, בעיקר בהתיחס לרשתות בעלות מבנה מורכב עם מספר רב של לולאות (איור 5.12).בניסוי 1, המודל הריבועי יכול לסבול רעש ביחס SNR (Signal to noise ratio) של 15 dB (דציבלים). בניסויים 3,2 ו-4 הדיוק של התוצאות לפי מדד Hausdorff הוא 80%-50% טוב יותר במודלים הריבועיים מהמודלים הלינאריים. ביחס למדד המודלים הריבועיים נותנים תוצאות הטובות ב- 40%-10% מהמודלים הלינאריים. בניסוי 4 (רשת גדולה ומורכבת) התוצאות של המודל הלינארי הן בהחלט בלתי מקובלות, בעוד שנחשים במודל הריבועי נותנים תוצאות טובות בהחלט.



**איור 5.12 – ניסוי חילוץ רשת דרכים מורכבת באמצעות נחשים במודל לינארי וריבועי (לקוח מתוך [32])**

שיפור בתוצאות הניסויים ניכר כאשר המודל הריבועי שולב ביחד עם האלגוריתם של Canny למציאת שפות אוביקטים. בניסויים 4,3,2 המודל המשולב המכונה Canny-based GVF נתן תוצאות הטובות ב-25%-10% מהמודל הפשוט של GVF ביחס למרחק Hausdorff, זאת למרות שבמדד לא חל שיפור משמעותי כאשר הופעל Canny-based GVF לעומת המודל הפשוט של GVF.  
בסך הכל בניסויים 3,2 ו-4 נמצא שמודל הנחשים הריבועי מסוגל לשמר את המבנה הגאומטרי של רשת הדרכים, לעומת המודל הלינארי שלעיתים קרובות נכשל בכך.

# סיכום וכיווני מחקר נוספים

## פירוק בעית מציאת רשת דרכים מתצלומי אוויר או תצלומי לווין לתת בעיות

במהלך העבודה סקרנו אלגוריתמים שונים לחילוץ רשת דרכים מתצלומי אוויר ותצלומי לווין.  
רובם של האלגוריתמים שנסקרו מורכבים ממספר שלבים, כאשר בכל שלב מוצע פתרון לחלק מסוים מהבעיה. על מנת לנתח בצורה טובה יותר פתרון מורכב ממספר שלבים (או חלקים) כדאי להגדיר תתי בעיות המתאימות לשלבים השונים של הפתרון הכולל.

סיבה נוספת להגדרת תת-בעיות נעוצה בעובדה כי חלק מן האלגוריתמים שהוצגו בעבודה הם למעשה אוטומטיים באופן חלקי בלבד, אלגוריתמים אלו מניחים בדרך כלל קבלת קלט נוסף מבן-אנוש פרט לתמונת רשת הדרכים. הסיבה לכך היא שיש לאלגוריתמים אלו קושי מסוים להתמודד עם אותו חלק בפתרון הבעיה.

ניתוח של תת-בעיות מורכב ממספר היבטים: הקושי או הקשיים שאותם באה לפתור אותה תת-בעיה, אפשרויות הפתרון לאותה בעיה וכן הקשר בין תת-בעיות שונות.

בסעיף זה נציג ניתוח של תתי בעיות המתאימות לשלבים שונים באלגוריתמים שהוצגו בעבודה זו.

בפרק השני הראינו אלגוריתם המבוסס על סגמנטציה בשלב ראשון ויצירת שלד וגיזומו בשלב השני ושחזור הדרך לפי שלד זה בשלב השלישי. בפרק השלישי הראינו אלגוריתם המבוסס על מורפולוגיה מתמטית של תמונה בינרית. אלגוריתם זה מניח כי בוצעה סגמנטציה לתמונה המקורית ושהפלט המתקבל מתהליך הסגמנטציה הינו תמונה בינרית בה מופיעה רשת הדרכים בשחור על רקע לבן. השלב השני של האלגוריתם המורפולוגי השתמש בגרנולומטריה על מנת להסיר סגמנטים שאורכם קטן מדי מן התמונה הבינרית. השלב השלישי היה יצירת שלד והפעלת פעולות מורפולוגיות על מנת ליצר שלד רציף ובמבנה מתאים לרשת דרכים. בשלב הרביעי והאחרון בוצע שחזור של רשת הדרכים. משני אלגוריתמים אילו ניתן ללמוד כי קיימות שתי תת בעיות מרכזיות: האחת ביצוע סגמנטציה לתמונת רשת הדרכים המקורית והשניה יצירת שלד מהתמונה שמתקבלת מן הסגמנטציה.

הפרקים השלישי והרביעי התבססו על בנית מודל של פונקצית אנרגיה או פונקצית מטרה המאפיינת עקום המהווה קירוב לחלק מהמתאר של רשת הדרכים. לפונקצית האנרגיה התכונה שככל שהקירוב של המתאר טוב יותר למתאר של רשת הדרכים כך ערכה של פונקצית האנרגיה קטן יותר. במילים אחרות מטרות אלגוריתמים אלו הינה מציאת מינימום לפונקצית האנרגיה על פני מרחב התמונה.

אלגוריתמים אילו התבססו על אתחול המתאר או העקום המיצג את הנחש. בסעיף 5.3 הדן בנחשי רוכסן, האתחול בוצע באמצעות סימון שתי נקודות בקצות הדרך והגדרת כוון הדרך בנקודות אלו.

בניסויים המתוארים בסעיף 5.8 המבוססים על מודל לינארי או ריבועי של פונקצית האנרגיה (סעיף 5.6) בוצע אתחול ידני למשפחה של מתארים *זאת על מנת לבצע סגמנטציה מוצלחת לרשת הדרכים ועל-ידי כך להימנע מאיזור הרקע המוקף ע"י לולאת דרך.*

משתי השיטות המבוססות על פונקצית אנרגיה ניתן להגדיר שתי תת בעיות נוספות: האחת הגדרת פונקצית אנרגיה לעקום הנחש במרחב התמונה, באופן כזה שמציאת מינימום שלו יוביל למציאת מתאר שולי הדרך או רשת הדרכים. התת הבעיה השניה קשורה לאתחול המתאר, כאן ישנן שתי אופציות עיקריות: אתחול נקודה או נקודות זרע בקצות אותו חלק מן הרשת אותו רוצים לזהות או אתחול של מתאר מלא באיזור שפת חלק הרשת אותה רוצים לזהות. כפי שראינו בסעיף 5.6 שילוב של שדה GVF מקל במידת מה על בעיה זו שכן הוא מאפשר לאתחל את הנחש גם במרחק מסוים מתואי הדרך. עם זאת כפי שכבר צוין בתמונות של רשתות המורכבות מכבישים, צמתים, לולאות רבות, וכן אוביקטים אחרים רבים עדיין יש צורך לאתחל את המתארים בקרבת רשת הדרכים על מנת למנוע מהמתארים להמשך (להתקרב) לשפות של אובייקטים אחרים הנמצאים בתמונה.

פרמטר חשוב נוסף בחילוץ רשת דרכים הינו רוחבה של הדרך לאורכה של הרשת. קיים קושי להעריך פרמטר זה בגלל שתי סיבות עיקריות: חלקים מן הדרך או מרשת הדרכים או משפתה הם נסתרים או מוצלים גורם היוצר אי-רציפות במבנה הרשת ומקשה לזהות את רוחבה בקטעים אלו. בנוסף ברשתות מורכבות קיימים כבישים בעלי רוחב שמשתנה בצורה ניכרת בין כבישים מהירים שרוחבם גדול בצורה משמעותית מכבישים בתוך העיר או באיזורים פרבריים או חקלאיים. נחש הסרט (ribbon snake) שהוצג בסעיף 5.4 מנסה להתמודד עם בעיה זו באמצעות הוספת פרמטר רוחב למודל הנחש. פרמטר הרוחב הינו פונקציה המשתנה בהתאם למיקום לאורך הדרך (או הנחש) . מודל הנחש הריבועי שהוצג בסעיף 5.6 משתמש בפרמטר הרוחב להגדרת פונקצית יחסי גומלין המבוססת על כך שרוחב הדרך קבוע וידוע מראש בקטע הנבדק עם אפשרות להשתנות מוגבלת שאף היא נקבעת מראש. האלגוריתם של משפחת נחשים ריבועיים מניח מראש ידע מוקדם לגבי רוחבה של הדרך בכל אחד מקטעיה. ניתן עם כן להגדיר תת-בעיה נוספת והיא מציאת רוחבה של הדרך לאורך רשת הדרכים.

רוב האלגוריתמים שעוסקים בחילוץ רשת דרכים מציינים כי בדרך כלל לאחר הרצת האלגוריתם עדיין ישנם חלקים שאינם מקושרים לרשת. אי-קישוריות (או רציפות) זו נובעת מקטעים מוצלים או מוסתרים על-ידי עצים או בתים הנמצאים לצידי הדרך או בשל רעשים בתמונה המקורית המפריעים לזיהוי חלקים מסוימים של הרשת. האלגוריתם לפתרון הבעיה המבוסס על משפחה של נחשים רבועיים מטפל בבעיה זו באמצעות פעולות שהוגדרו על משפחה של מתארים ומגדיר פעולות של מיזוג זוג נחשים, פירוק נחש בודד לשני נחשים וכן ביטול נחשים זאת על מנת לקבל את מבנה הרשת (או הרשתות) הנכון. מהנאמר בפסקה האחרונה עולה הצורך להגדיר תת בעיה העוסקת בקישור (או קיבוץ) של אלמנטים המיצגים את תוואי הדרך. אלמנטים אילו יכולים להיות איזורי שטח הדרך המיוצגים באמצעות סגמנטים או מתארים המיצגים את שפת רשת הדרכים.

## סיכום השיטות לפתרון בעית מציאת רשת דרכים מתצלומי אוויר ומתמונות לווין והסקת מסקנות

בעבודה זו הוצגו מספר שיטות ואלגוריתמים לחילוץ רשת דרכים מתמונת אוויר או מתמונת לווין.  
בפרקים השני והשלישי הוצגו שיטות מבוססות על שטח איזור הדרך ובפרקים הרביעי והחמישי שיטות מבוססות על עקום המאפיין את הדרך או רשת הדרכים. בפרק השני הוצג אלגוריתם מורכב משני חלקים: ביצוע סגמנטציה לתמונה המקורית באמצעות אלגוריתם סגמנטציה סטטיסטי SRM ולאחריו גיזום השלד באמצעות שיטת התפתחות עקום בדיד (Discrete Curve Evolution).   
אלגוריתם זה הוא אלגוריתם הפועל בצורה יפה ובאופן יעיל במקרה שרשת הדרכים בתמונה המקורית רציפה, כלומר, שגוון הצבע של חלקיה מתאים לגוון של דרך: אין חלקים עליהם נופל צל וכן אין נתק בין חלקיה בשל הסתרה מלאה הנגרמת בגלל נוכחותם של עצים, בתים או גשרים. החסרון העיקרי של אלגוריתם זה הוא חוסר היכולת שלו לטפל בתמונות בהן רשת הדרכים אינה נראית כרשת רציפה. בפרק השלישי הוצג אלגוריתם מבוסס על מורפולוגיה מתמטית. אלגוריתם מורפולוגי זה פועל על תמונה בינרית בה רשת הדרכים מופיעה בשחור על רקע לבן. באלגוריתם זה חבויה הנחה לגבי מבנה הרשת. האלגוריתם מניח כי בתמונת המקור מספר קטן של דרכים ראשיות לעומת מספר רב יותר של דרכים משניות. האלגוריתם מציע להתגבר על מורכבות הרשת באמצעות גרנולומטריה. ההפרדה בין דרכים ראשיות לדרכים משניות מבוצע באמצעות מדידת אורך האלכסון הראשי של האליפסה החוסמת. אורך אלכסון זה גדול בדרכים ראשיות באופן ניכר מזה של דרכים משניות. הנחה זו נכונה באופן תיאורטי כאשר התמונה מיצגת איזורים בין-עירוניים אבל לא בהכרח נכונה כאשר התמונה היא תמונה של עיר או של איזור כפרי. בנוסף יתכן מצב שבו חלקים של דרך מהירה או ראשית מוסתרים באופן מלא, מצב היוצר אי רציפות בסגמנטים המתקבלים לאחר שלב הסגמנטציה וגורמים לקיצור אורכן של הדרכים. בהמשך מנסה האלגוריתם להתגבר על אי-רציפויות ברשת באמצעות מספר פעולות מורפולגיות. השלב הראשון הוא ביצוע פתיחה (opening) עם אלמנט שרוחבו קטן מרוחבה של הדרך הראשית, אך גדול מרוחב הדרכים המשניות זאת על מנת להסיר את הדרכים המשניות וכן להפריד את גגות הבתים משאר הדרך. גם כאן חבויה הנחה חזקה והיא שאנו יודעים את רוחב הדרך בכל אחד מקטעיה של רשת הדרכים. הנחה זו חזקה במיוחד כאשר מדובר על רשתות המורכבות ממגוון דרכים או כבישים שלכל אחד מהם רוחב שונה.  
בשלב הבא מבוצעת סגירה על מנת להתגבר על חורים קטנים במבנה הרשת.על מנת להתגבר על צל עצים היוצר עיוות בעובים של הכבישים ברשת מבוצעת פתיחה לאחריה יצירת שלד בעובי פיקסל אחד באמצעות הפעולה המורפולוגית של דיקוק ולבסוף סגירת אותם אי-רציפיות באמצעות מעקב אחורה (tracing back) המוביל לנקודות הקצה של השלד אותן יש לחבר. אלגוריתם מורפולוגי זה אינו מציע דרכים להתמודד עם מקרים בהם קיימת אי-רציפות בתמונת רשת הדרכים שהתקבלה לאחר הסגמנטציה של התמונה המקורית.   
ניתן להסיק שהאלגוריתם המורפולוגי טוב כאשר מבנה הרשת בתמונה פשוט וכן שאין בה חלקי דרך המוסתרים באופן מלא, אולם האלגוריתם אינו נותן מענה לרשתות מורכבות בהן ישנן דרכים בעלות רוחב שונה ובעלות חלקים מוסתרים.

הפרק הרביעי והחמישי עוסקים בפתרון בעית מציאת רשת דרכים באמצעות פונקצית אנרגיה.  
הרעיון הוא לבנות פונקצית אנרגיה שתקבל מקסימום או מינימום כאשר העקום המיצג את הדרך מגיע למיקומו האופטימלי. בשני המודלים נבנית פונקצית האנרגיה תוך התחשבות בשני המרכיבים העיקריים המאפיינים את הדרך, קרי, תכונותיה הגאומטריות ותכונותיה הספקטרליות. אולם קיים הבדל בין המודלים באופן התיחסותם לתכונות הספקטרליות של הדרך. בעוד בפרק הרביעי מוצע מודל המבוסס על גוון צבע הדרך שהינו על פי ההנחה בהיר באופן ניכר מסביבתה. כלומר אנו מחפשים אותן נקודות בהן ערך הגוון גדול, הרי בפרק החמישי מחפשים אותו עקום על המתאר של רשת הדרכים. כלומר מחפשים אותן נקודות שפה בהן הגרדיאנט גדול. פונקצית האנרגיה שנבנתה בפרק הרביעי הינה סכום של איברים שכל אחד מהם הינו פונקציה של שלושה פיקסלים עוקבים במצולע עובדה המקלה באופן ניכר על מציאת אופטימום לפונקציה זו באמצעות תכנון דינמי.   
עם זאת לשיטה המוצעת לפתרון מציאת רשת דרכים באמצעות תכנון דינמי חסרון בולט ההופך אותה לאלגוריתם אוטומטי באופן חלקי. השיטה מניחה כי האלגוריתם מתחיל לרוץ לאחר שהוגדר תוואי קטע הדרך, המחבר בין נקודות קצה הדרך. הנחה זו הינה הנחה חזקה ביותר שכן משמעותה שיש לחלק את הרשת לקטעים ולאתחל כל קטע של רשת הדרכים בתוואי גס של אותו קטע. נשים לב גם שהבעיה של זיהוי קטעי הדרך מחריפה כאשר ברשת הדרכים קיימים חלקים מוסתרים. במצב זה יש לדעת אילו סגמנטים שייכים לאותו מקטע.

הפרק החמישי עוסק בחילוץ רשת דרכים מתמונות אוויר ותצלומי לווין באמצעות מתארים פעילים (Active contour) או כפי שהם מכונים נחשים. הרעיון כאן הוא לבצע מינימיזציה לפונקצית אנרגיה המורכבת משני חלקים עיקריים: חלק גאומטרי המיצג את צורתה של הדרך וחלק ספקטרלי המשיג מינימום כאשר הנחש נמצא על המתאר בו הגרדיאנט מקסימלי. בפרק מוצגים שני מודלים עיקריים של נחשים לפתרון הבעיה: נחש רוכסן (ziplock snake) שהוא סוג של נחש לינארי ומודל של נחש ריבועי. נחש רוכסן אכן מזכיר בצורתו הגאומטרית נחש. נחש רוכסן מאפשר למצוא קטע של רשת הדרכים, כגון כביש או שביל. נחש רוכסן דורש ביצוע אתחול בנקודות הקצה של קטע הדרך ומתן כיוונים התחלתיים בנקודות אלו. יתרונו של נחש זה שהוא מאפשר לבצע אופטימיזציה באמצעות נקודות הקצה בלבד אך זהו גם חסרונו כיון שהוא דורש אתחול מדויק בקצות הנחש. נחש רוכסן פועל בצורה המזכירה סגירת רוכסן: מתחילים משתי נקודות הקצה ומתקדמים מהן כלפי המרכז כאשר בכל פעם מעדנים את הנחש באמצעות הוספת שתי נקודות בשני קצות הקטע. נקודות אלו נותנות מינימום לפונקצית האנרגיה שהוגדרה. יתרון נוסף של נחש רוכסן שהוא מאפשר לסגור פערים או אי-רציפויות ברשת באמצעות רכיסה (חיבור שתי נקדות קצה של שני סגמנטים) באופן כזה שיביא למינימום את האנרגיה הגאומטרית של הנחש.  
המודל השני של נחשים שהוצג בפרק החמישי מהווה שיפור לטיפוס של נחשים לינאריים. חסרונו של המודל הלינארי שהוא אינו לוקח בחשבון את רוחבה של הדרך. המודל הריבועי מניח כי רוחבה של הדרך לאורך קטע מתוך רשת הדרכים הינו קבוע עם אפשרות לסטיה קטנה. השימוש במודל ריבועי מאפשר להגדיר מתארים הנראים או כסרט ברוחב קבוע או כטבעת בעלת רוחב קבוע. שימוש בנחש בצורת סרט מאפשר לזהות קטע של רשת הדרכים, למשל, קטע כביש מצומת עד צומת. נחש בצורת טבעת מאפשר לזהות חלק מרשת הדרכים הכולל חיתוך של כמה כבישים היוצרים מעין טבעת מלבנית (או טבעת של מצולע אחר).  
הטכניקה למציאת מינימום לפונקצית האנרגיה של הנחשים הריבועיים מתבססת על פתרון איטרטיבי של משוואת אוילר המתאימה בכל איטרציה, עד למצב בו ערך האנרגיה המתקבלת אינו משתנה. פתרון המשוואה בכל שלב נותן את גודל התקדמות המתאר בכיוון הנורמל למתאר בכל אחת מנקודותיו. בסעיף 5.5 הוצג שדה וקטורי המבוסס על העובדה שהגרדיאנט גדול באיזור שפת הדרך וקטן באיזורים אחרים. מטרתו של שדה זה לתת מענה לבעיה של אתחול המתארים בקרבת רשת הדרכים, התקדמות בכיוון וקטורי השדה מובילה להתכנסות מהירה לאיזור שפת הדרך. בסעיף 5.6.1 נבנה פתרון המשלב בין כיוון ההתקדמות של המתאר הנגזר מהמודל הריבועי לבין כיוון השדה הוקטורי. על מנת לתת מענה לחלקים המוסתרים ברשת היוצרים אי-רציפויות בשפת הדרך הוגדרה בסעיף 5.7 משפחה של נחשים ריבועיים שמטרתה לזהות מקרים בהם כפי הנראה יש לבצע מיזוג של שני מתארים, הפרדת נחש לשני נחשים או מחיקת נחש. פעולת המיזוג תתבצע במקרה שבקצותיהם של שני הנחשים ישנן נקודות בעלות עקמומיות גבוהה ושמיזוגם יתן קוים אנטי מקבילים כמצופה מקטע של דרך. פיצול מבוצע במקרה שמתאר מסוים מורכב משתי זרועות הקרובות מידי זו לזו שכן אנו מצפים שגם בהתפצלות של כביש לשני כבישים יהיה מרחק מינימלי ביניהם. מחיקת מתאר תתבצע כאשר היקפו קטן מידי, מצב כזה יתכן כאשר המתאר שזוהה מיצג אוביקט שאינו דרך. בסעיף 5.8 מוצגות תוצאות ניסויים של המודל הריבועי הן על תמונות בהן רמת רעש שונה והן על רשתות מורכבות. תוצאות הניסויים מוערכות באמצעות מספר שיטות: שמירה על מבנה הרשת, המטריקה הידועה בשם שמטרתה לתת מדד כמותי שהוא פונקציה של היחס בין הפיקסלים ששיכים או שאינם שייכים לרשת הדרכים בתוצאה האופטימלית לעומת אלו שזוהו או שלא זוהו באמצעות האלגוריתם. מדד חשוב נוסף שנבדק הוא מרחק Hausdorff שהינו מטריקה מקובלת למדידת מרחק בין המתאר האמיתי של רשת הדרכים לבין זו שזיהה האלגוריתם.  
תוצאות האלגוריתם שהתקבלו היו טובות בכל המדדים.

מסקנה עיקרית בעבודה זו היא שהאלגוריתם המבוסס על משפחה ריבועית של נחשים הוא הטוב ביותר מאלו שהוצגו בעבודה.  
 עם זאת כפי שצינו הכותבים הם נתקלו בשלוש בעיות עיקריות איתן נאלצו להתמודד: בתמונות בהן מצויות רשתות מורכבות בוצע אתחול ידני למתארים בקרבת תוואי הדרך. יודגש כי האתחול בוצע בקרבה של שפת הדרך ואין דרישה שקטעים מסוימים של רשת הדרכים יוקפו באופן מדויק באמצעות המתארים. העובדה שהיה צורך לבצע אתחול ידני למרות השימוש בשדה הוקטורי היא כפי הנראה בשל האוביקטים הזרים הרבים שאינם חלק מרשת הדרכים המצויים בתמונת הקלט וכן מן הצורך לכסות כיסוי מלא של רשת הדרכים. החסרון השני של האלגוריתם נובע מן הצורך לקבוע את רוחבה של הדרך בכל אחד מקטעי הרשת. בניסויים שבוצעו הופרדו הכבישים לשני סוגים: כבישים רחבים וכבישים צרים ובהתאם אותחלה הרשת. מהסתכלות בתוצאות ניתן ללמוד על בעיה נוספת, בתמונת הפלט עדיין קיימים פערים או אי-רציפויות ברשת שאינם קיימים במציאות.

## פתרון אינטגרטיבי לבעית חילוץ רשת דרכים מתמונות אוויר ומתמונות לווין

בתת-פרק הקודם (6.2) הגענו למסקנה שחילוץ דרך באמצעות משפחה של נחשים ריבועיים הינו אלגוריתם הקרוב ביותר לאלגוריתם שאנו מחפשים. האלגוריתם קרוב להיות אוטומטי וכן התוצאות שהוא נותן טובות גם כאשר תמונת הקלט ישנם רעשים וגם כאשר בתמונת הקלט רשת מורכבת. עם זאת כפי שצוין בתת-פרק הקודם (6.2) על מנת להפוך את האלגוריתם לאוטומטי באופן מלא יש לבצע שתי משימות באופן אוטומטי: משימה אחת הינה אתחול הנחשים. המשימה השניה הינה קביעת רוחב הדרך עבור כל נחש שהוגדר.

בנוסף על מנת לשפר את תוצאות האלגוריתם יש צורך לשפר את הדרך שבה האלגוריתם מתמודד עם אי-רציפויות או פערים ברשת הדרכים הנראים בתמונת הקלט אך אינם כאלו במציאות.

על מנת לבצע אתחול אוטומטי של נחשים נשתמש ברעיון שנסקר במאמרם של Cufí, Muñoz, Freixenetu ו- Martí[14] בו הם מציעים (סעיף 3.2.1( להשתמש באלגוריתם סגמנטציה על מנת לבצע אתחול אוטומוטי של הנחשים. אנו נשתמש באלגוריתם הסגמנטציה הסטטיסטי שהוצג בפרק השני בעבודה זו. נזכיר כי בהמשך לסגמנטציה האלגוריתם גם דואג לקצץ אותם ענפים קצרים שהם בדרך כלל גגות מבנים הנמצאים לצידי הדרך. לאחר ביצוע הסגמנטציה נשתמש במתארים של הסגמנטים שנתקבלו לאתחול ראשוני של המתארים של הנחשים.

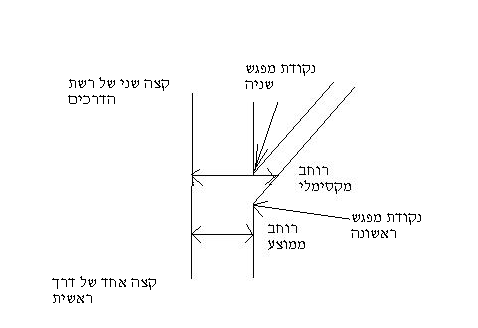
כעת נציע שיטה כיצד ניתן להשתמש בסגמנטים לחישוב הפרמטר d המצין את רוחב הדרך המשוער. נזכור כי לאחר ביצוע הסגמנטציה יתכנו שתי בעיות עיקריות: יתכן כי נקבל מספר של סגמנטים עבור רשת דרכים אחת שמהווה סגמנט רציף אחד במציאות. בנוסף יתכן כי בחלק מן הסגמנטים קיימות הפרעות כגון צל המסתיר חלק מן הדרך, במקרה כזה נקבל כי הרוחב בקטע זה של הסגמנט קטן יותר מכפי שהוא במציאות.

השיטה למציאת רוחב הדרך שנציע מבוססת על פרדיגמת קו הסריקה. הרעיון הוא לאמוד את רוחבו הממוצע, רוחבו המינימלי ורוחבו המקסימלי של כל קטע ברשת הדרכים, כאשר קטע של רשת הדרכים מתחיל בצומת או באחד מקצוות סגמנט כלשהו ומסתיים בצומת או באחד מקצוות סגמנט כלשהו.

קו הסריקה שיוגדר ישנה את כיוונו בכל פיקסל בהתאם לכיוון הנורמל לעקום שפת הסגמנט.

קו הסריקה המתחיל מפיקסל משפתו של סגמנט בכיוון וקטור נורמל המכוון לתוך הסגמנט יחתוך את שפת הסגמנט בנקודה נוספת. המרחק בין שתי נקודות החיתוך של קו הסריקה עם הסגמנט יהיה רוחב הדרך שנמדד עבור פיקסל זה. בדיקה זו תבוצע עבור כל פיקסל בצד אחד של שפת הסגמנט. בסוף התהליך נקבל רשימת זוגות עבור הקטע בו בוצעה המדידה במבנה הבא:

*כאשר*  *הוא הפיקסל ה-*i *עבורו בוצעה המדידה ו- הרוחב שנמדד בפיקסל זה ו-* n *הוא מספר הפיקסלים עבורם בוצעה מדידה. כעת ברצוננו לקבל אומדן ריאלי של הדרך ושל השתנות רוחבה. על מנת לקבל אומדן זה נטפל במספר מקרים מיוחדים:  
המקרה הראשון הינו של הסתעפות. נתבונן באיור 6.1 איור זה מדגים מצב אופיני של דרך ראשית או מהירה ממנה ניתן לרדת באמצעות הסתעפות. רוחבה של הדרך הראשית גדול מזו של הדרך המסתעפת ממנה. ננתח מה קורה כאשר את הסריקה באמצעות קו הסריקה מתחילים משני כיווני הדרך הראשית. אם נתחיל מהקצה המוגדר באיור כקצה אחד נקבל כי לאחר נקודת המפגש הראשונה הרוחב גדל באופן לינארי עד לרוחבו המקסימלי שהוא קצת לפני הנקודה המסומנת כנקודת מפגש השניה בין הדרך הראשית להסתעפות, ואחר כך בנקודת המפגש השניה נקבל ירידה לא רציפה ברוחב הנמדד של הדרך. השתנות כזו של הדרך יכולה להעיד על הסתעפות. את המדידות בין נקודת המפגש הראשונה לשניה "נזרוק" לפני שאנו מעריכים את רוחב הדרך כיון שמדידות אלו אינן מצינות את רוחבה האמיתי. אם נתחיל את המדידה מן הצד השני (כלומר מנקודת הנפגש השניה) נקבל במדידות ראשית קפיצה גדולה ברוחבה של הדרך ואחר כך ירידה לינארית עד לרוחבה בנקודה המצוינת כנקודת המפגש הראשונה. כך נוכל לזהות שוב אילו מדידות אינן רלוונטיות. בדומה ניתן לזהות קפיצה במדידה של רוחב הדרך בנקודת המפגש הראשונה גם כאשר מודדים את הרוחב לאורך ההסתעפות. קריטריון נוסף לזיהוי הסתעפות הינו זיהוי של שתי נקודות חיתוך של העקומים המיצגים את שתי הדרכים לאורך צד אחד של הדרך הראשית ומשני צידי ההסתעפות. (ראה איור 6.1 בו מסומנות נקודות המפגש הראשונה והשניה).*

  
**איור 6.1 – שינוי ברוחבה של הדרך הנגרם בשל הסתעפות**

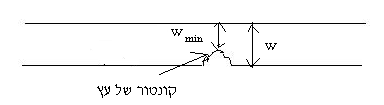
*מקרה שני אופיני הינו שינוי ברוחבה של הדרך עקב צל של עצים או ביניינים או לחלופין הסתרה של חלק מן הדרך בגללם. יודגש שאנו דנים כאן במקרה בו ההצללה או ההסתרה הינם של חלק מרוחב הדרך בלבד, כלומר, הסגמנט המתקבל רציף. המקרה בו ההצללה או ההסתרה יוצרת אי-רציפות ידונו בהמשך. במקרה של הצללה או הסתרה רוחב הדרך קטן באיזור בו הם קיימים.*

*למשל בתמונה מטה מסומנים בקו אדום שני מקרים בהם רוחב הדרך הנראה בתמונה קטן מכפי שהוא במציאות בגלל הסתרה של עצים. ליד הקו האדום מסומן קו כחול שהוא רוחבה האמיתי של הדרך באיזור זה. להבדיל ממצב זה מודגם ע"י סימון במלבן ורוד מצב בו קיימת אי-רציפות בדרך הנראית לעין בשל הסתרה מלאה, קרי, עץ המסתיר את כל רוחבה של הדרך.*



**איור 6.2 – תמונת חלק מן העיר טורונטו, קנדה (לקוח מתוך [47]) עליה מסומן קו אדום בקטע דרך בו קיימת הסתרה חלקית של רוחב הדרך ע"י עץ ובמלבן אדום עץ המסתיר את כל רוחבה של הדרך**

זיהוי של הסתרה חלקית של הדרך על ידי אוביקט או צל של אוביקט מבוצע באמצעות האבחנה הבאה: ראשית נשים לב כי קיימת נקודה בה רוחב הדרך שנמדד מקבל מינימום מקומי (ראה איור 6.3) הנקודה בה נמדד הערך . בנוסף קיימת נקודה (ללא תלות מהצד בו מבוצעת הסריקה ) ממנה רוחב הדרך הולך וקטן עד לרוחב המזוהה כמינימום מקומי. מצב זה של ירידת רוחב הדרך יכול להתרחש גם ללא הסתרה של הדרך. ההבדל בין מצב של הסתרה לבין מצב בו קיימת ירידה ברוחב הדרך בגלל צורתה מתבטא במהירות בה מתרחשת התופעה. במקרים בהם רוחב הדרך משתנה בשל צורתה הרוחב הולך וקטן בצורה איטית, לעומת זאת במקרה של הסתרה רוחב הדרך קטן במהירות רבה. אינדיקציה נוספת לכך שמדובר בהסתרה ולא בשינוי רוחב הדרך היא שבהמשך תהליך הסריקה נקבל שרוחב הדרך הולך וגדל במהירות.

  
**איור 6.3 – זיהוי הסתרה של חלק מרוחב הדרך**

אותן מדידות באמצעותן זיהינו הסתרה של הדרך לא יחשבו לצורך הערכת רוחבה של הדרך.

לאחר שניפינו אותן מדידות רוחב באיזורים בהם קיימת הסתרה נחשב את רוחבה הממוצע של הדרך ונמצא את רוחבה המקסימלי והמינימלי. נסמן את הרוחב הממוצע הרוחב המינימלי והמקסימלי ב- בהתאמה.

בשלב הבא נריץ על כל הסגמנטים המיצגים את קטעי רשת הדרכים את האלגוריתם למציאת רשת דרכים באמצעות משפחה של נחשים במודל ריבועי כפי שתוארה בפרק 5. אתחול הנחשים יתבצע עבור כל קטע בנפרד כאשר ערך פרמטר הרוחב יהיה שווה לערך כפי שנמדד לקטע זה. הערך של בעבור קטע זה יהיה *כאשר מתיחסים לרוחב כפי שנמדד בקטע זה.*

כפי שהוזכר בסעיף 6.1 קיימת תת-בעיה קשה לפתרון שנחקרה מעט מאד היא תת-בעית הקיבוץ.

בעיה זו עוסקת באותם מקרים בהם מתקבלים כתוצאה מהאלגוריתם קטעי דרך הפתוחים לפחות בצד אחד. השאלה הנשאלת במקרה זה האם יש לקשר (לקבץ) את הצד או הצדדים הפתוחים לשאר הרשת. את הפתרונות האפשריים לבעיה זו ניתן לחלק ל-5 מקרים על פי הטבלה הבאה:

בעמודות הטבלה מצוין האם קצה הסגמנט מקושר במציאות לרשת או איננו מקשור.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| מציאות  פתרון | מקושר | לא מקושר |
| מקושר נכון | V | X |
| מקושר לא נכון | X |
| לא מקושר | X | V |

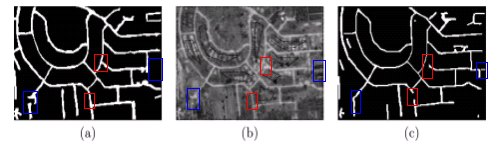
שורות הטבלה כוללות שלושה מקרים: כאשר מקשרים קצה סגמנט ניתן לחבר אותו לרשת

**טבלה 6.1 – אפשרויות לבצע קישור של סגמנטי דרך. אפשרויות נכונות לעומת אפשרויות לא נכונות**

למקום הנכון או לחבר אותו למקום לא נכון. כאשר קצה סגמנט אינו מחובר לרשת ניתן או לחבר

אותו או להשאירו לא מחובר. בטבלה V מסמן פתרון נכון ו-X פתרון שגוי.

האלגוריתם של משפחת נחשים ריבועיים מציע לפתור בעיה זו באמצעות פעולת מיזוג בין שני נחשים. בפתרון כפי שמוצע קיימים עדיין אי-דיוקים במספר מקרים לא מועט.

על מנת להדגים את אי-הדיוקים נחזור לתוצאות הניסויים כפי שהוצגו בסעיף 5.8.  
למטה באיור 6.4 מופיעות שלוש תמונות: תמונה (a) תמונת רשת הדרכים במציאות, תמונה (b) התמונה המצולמת מלמעלה, תמונה (c) רשת הדרכים כפי שחולצה על ידי אלגוריתם מבוסס על משפחה של נחשים ריבועיים.  


**איור 6.4 – מקרים בהם תוצאת ריצת האלגוריתם המבוסס על משפחת נחשים ריבועיים הניבה תוצאה שגויה בקישור של סגמנטי דרך (סימונים על תמונות הלקוחות מתוך [32])**

לפנינו ארבעה מקרים: שני המקרים המסומנים במלבנים אדומים מיצגים כפי שניתן לראות מקרים בהם יש רציפות (או חיבור) בין קטעי הדרך המצויים בשטח המלבן.

לעומתם שני המקרים המסומנים במלבנים כחולים הם אותם מקרים בהם אין חיבור בין קצוות הקטעים בשטח המלבן לשאר הרשת (קטעים פתוחים). בכל ארבעת המקרים הללו תוצאת האלגוריתם שגויה. נתחיל משני המקרים בהם קיים חיבור של הקטעים המוקפים במלבן אדום.

המקרה הראשון שנדון בו הוא זה התחתון יותר. במקרה זה נראה כי השגיאה שביצע האלגוריתם גדולה יותר, זאת כיון שעל אף שגוון קטע הדרך המוקף במלבן אינו לבן באופן מוחלט אלא מעורבב במידה קטנה עם אפור עדיין הגוון שלו קרוב בהרבה לגוון של שאר קטעי הדרך ברשת מאשר לגוון של סביבת הדרך ויותר מכך הוא נראה רציף. במקרה השני לעומת זאת (מלבן אדום עליון) נראה כי יתכן כי קיים נתק קטן או אי-רציפות בין שני חלקים של אותו קטע דרך. באותו איזור בו קיים הנתק גוון הצבע קרוב הרבה יותר לאפור מאשר ללבן. על מנת לשפר את הפתרון במקרה הראשון נציע לשלב מספר אפשרויות לשיפור. ראשית כפי שהוזכר בתחילת סעיף זה יתכן כי הרצת אלגוריתם הסגמנטציה הסטטיסטי SRM עם ערך של המומלץ במקרה הכללי יוביל לזיהוי סגמנט יחיד ורציף עבור קטע הדרך הכולל את המלבן האדום התחתון. במקרה שאלגוריתם SRM המורץ עם ערך פרמטר יפריד את החלק המסומן במלבן אדום ליותר משני סגמנטים נקבל באופן סכמטי את המצב הבא (איור 6.5(:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| קטע דרך | סגמנט אחד או יותר שהגוון הממוצע שלהם אינו תואם את זה של קטעי הדרך אבל הוא קרוב הרבה יותר לגוון זה מאשר לגוון סביבת הדרך | קטע דרך |

**איור 6.5 – מצב אופיני לקטע דרך בו קיים סגמנט שהגוון הממוצע שלו אינו תואם את זה של קטעי הדרך אבל הוא קרוב הרבה יותר לגוון זה מאשר לגוון סביבת הדרך**

כעת על מנת לבדוק האם אכן יש צורך בחיבור שני הקטעים נציע כאן להריץ את אלגוריתם SRM

באיזור קטע הדרך המדובר בלבד, אולם הפעם נקטין את ערכו של Q ( במידת מה (לא באופן מוגזם). הקטנת ערכו של Q תגרום לסגמנטציה גסה יותר שעשויה להוביל לקבלת סגמנט יחיד בקטע הדרך המדובר. גם במקרה השני נציע להריץ את אלגוריתם SRM עם אולם כאן יתכן כי עדיין נקבל כי לאחר ביצוע סגמנטציה זו עדיין יהיה קיים פער קטן בין שני הקצוות אותם יש לחבר. פער זה ניתן לסגור על ידי מיזוג שני נחשים ריבועיים מתאימים. נזכור כי את הנחשים המלצנו לאתחל מקצה קטע ועד לצומת (או מפגש הדרכים) הקרוב ביותר (ראה סימון שני הנחשים באדום בתמונה באיור 6.6). המיזוג יתרחש כפי שהוצע באלגוריתם המקורי והוא יתרחש בסבירות גבוהה כיון ששני הנחשים קרובים מאד זה לזה ובעלי כיוונים אנטי מקבילים.



**איור 6.6 – קישור שני נחשים קרובים זה לזה בנקודות בעלות עקמומיות גבוהה בהן המשיקים הם בקירוב אנטי-מקבילים. סימוני הנחשים באדום הם על גבי חלק מרשת הדרכים של טורנטו, קנדה (לקוחה מתוך [32]) בהגדלה**

שני המקרים בהם בוצע חיבור בין קצוות קטעי דרך באופן שגוי מודגמים באיור מעלה באמצעות שני מלבנים כחולים. גם כאן בולטת העובדה כי לא בוצע ניתוח ספקטרלי לאותו איזור בו בוצע החיבור. במקרה של המלבן התחתון ניתן להבין את החיבור כיון שהמרחק בין קצוות הדרך שחוברו קטן יחסית וניתן לחשוב שיתכן כי חלק זה של הדרך הוסתר.

המקרה השני המסומן על-ידי המלבן העליון יותר מצד ימין הוא מקרה מעניין בו בולטת העובדה כי באלגוריתם המוצע ישתמשו במזהה קצוות כשלב מקדים להרצת הנחשים והוא גם מדגים את החסרון של שיטה זו. נשים לב כי אמנם הגוון באותו חלק המצוי בשטח התחום ע"י לבן כחול שהוחלט כי הוא קטע דרך בהיר בהרבה מסביבתו הרי הגוון שלו הוא אפור והוא דומה מאד לשאר האיזורים בתמונה המצויים לצידי הדרך בהם לא קיימת צמחיה או עצים. השונות בגוון נובעת במקרה זה כיון שמשני צידי איזור זה קיימים עצים שצבעם כהה. ניתן אם כן לאמר שניתוח מדויק יותר של הגוון באיזור זה היה מביא למסקנה כי זה אינו גוון דרך אלא גוון השטח שסביבה ולפיכך אין לחברו לרשת.

## חילוץ דרך מצילומי אוויר ותמונות לווין – ראיה לעתיד

למרות שאלגוריתמים לחילוץ דרך השיגו הרבה ממצאים מחקריים, עדיין קיים מרחק רב מהדרישות של יישום פרקטי. יש הרבה מה לפתור או לשפר בתחום חילוץ דרך: יש צורך לשפר את דיוק התוצאות, מהירות האלגוריתמים, מידת האוטומטיות שלהם, ישימותם [27] והערכת טיבם.

דיוק התוצאות – כפי שראינו במהלך עבודה זו קיימים עדיין פערים ביכולת של האלגוריתמים לתת תוצאות מדויקות במצבים מורכבים. מצבים מורכבים כוללים רשתות גדולות בעלות מספר רב של קטעי דרך וצמתים. כפי שצוין בסעיף 6.3 בדרך כלל ברשתות כאלו קיימים כבישים בעלי רוחב שונה, נושא זיהוי רוחב כל אחד מקטעי הדרך לא נחקר מספיק ויש צורך להמשיך ולחקרו.

גורם המקשה על דיוק בחילוץ הינו אותם קטעי דרך שאינם ברורים או שאינם נראים כלל בתמונה, קרי מוסתרים. כפי שראינו במהלך העבודה אלגוריתמים רבים אינם דנים כלל בקטעי דרך בהם קיים רעש או שהם מוסתרים חלקית או שהגוון שלהם שונה מהגוון בתמונה בשל צל עצים או ביניינים. בנוסף גם האלגוריתמים המנסים להתמודד עם בעיה זו לעתים קרובות נכשלים. כתוצאה מכשלון זה מבנה הרשת המתקבל אינו מדויק. הנושא של קישור (או קיבוץ) קטעי דרך שהינם במציאות קטע אחד אך קיים ביניהם פער בתמונה, בשל הסתרה של קטע מן הדרך, נחקר מעט מאוד ויש צורך להמשיך לחקור אותו באופן תיאורטי ומעשי (בדומה לניסויים בסעיף 5.8 ).

מהירות האלגוריתמים – מהירות האלגוריתמים לא נידונה בעבודה זו. אם זאת בולטת העובדה כי חלק גדול מן התיאוריות והאלגוריתמים שפותחו נוסו על רשתות פשוטות יחסית ולפיכך קשה לאמוד את מהירותן כאשר הם רצים על רשתות מורכבות. קיים צורך אם כן לבדוק את ביצועיהם של האלגוריתמים המוצעים על אוסף רחב יותר של קלטים הכולל בתוכו דוגמאות קלט מורכבות יותר.

מידת האוטומטיות – כפי שראינו לאורך עבודה זו האלגוריתמים המוצעים הינם אוטומטיים באופן חלקי בלבד. רבים מן האלגוריתמים מסתמכים על סימון מסוים המבוצע על גבי תמונת הקלט לפני תחילת האלגוריתם. בנוסף אלגוריתמים רבים מניחים ידע מסוים לגבי רוחב קטעי רשת הדרכים (אילו דרכים הן ראשיות – רחבות יותר ואילו משניות – צרות יותר).

קושי נוסף ביצירת אלגוריתם אוטומטי לחלוטין נובע מהצורך לכסות כיסוי מלא של כל הרשת, כלומר לזהות באופן אוטומטי את כל קטעי הרשת. נושא זה של כיסוי כל הרשת אינו נידון כמעט ובוודאי שלא מוגדר כיצד לבצעו באופן אוטומטי. בסעיף 5.2 דנו בשתי אפשרויות לעבור מאוטומטיזציה חלקית לאוטומטיזציה מלאה. יש צורך להמשיך לחקור שתי גישות אילו, מחקר תיאורטי ומעשי.

ישימות האלגוריתמים ואינטגרציה של שיטות שונות – בעבודה זו נאמר מעט מאד על ישימות האלגוריתמים. חלק גדול של האלגוריתמים מתמקדים בסוג איזור מסוים (כגון איזור עירוני, בין עירוני, כפרי) וסוגי דרך שונים אשר מגבילים את השימוש בשיטות אלו. לפיכך יש צורך לשלב מספר שיטות באופן מיטבי. כאשר שיטה אינה עובדת נסה שיטה אחרת שתוביל לתוצאות טובות יותר. אפשרות אחרת הינה לבנות אלגוריתם שאינו מניח הנחות לגבי אופי הקלט . בעבודה זו הודגם אלגוריתם כזה באמצעות נחשים (פרק 5) והוצעה דרך לשפרו בפרק 6 .

בנית מודל כללי – עבודה זו התמקדה באיזור הדרך בלבד או במתאר שלה. בנית מודל כללי של תמונת הקלט משמעותה בנוסף לחילוץ הדרך גם זיהוי של סביבתה, כגון, העצים והבניינים הנמצאים מסביבה או גוון הקרקע באיזור בו צולמה התמונה. ברור כי זיהוי אוביקטי הסביבה תורם גם להבנה טובה יותר של תוואי הדרך.

זיהוי פרטים נוספים לגבי הדרך – בתקופה האחרונה עם גידול ברזולוציה של התמונות המקבלות מן האוויר ומן החלל נפתחו אפשרויות חדשות לזיהוי פרטים קטנים יותר המצויים על הדרך. לאחרונה פורסמו מאמרים העוסקים בזיהוי סימוני הדרך הכוללים את קוי ההפרדה בין הנתיבים ואת שולי הדרך, לדוגמא, Jinו-  Feng [22] . סימונים אלו הם קריטיים ליישומים רבים ובכללם יישומי ניווט והתראות לגבי סטיה מנתיבים במהלך נסיעה.

### רשימת מקורות

1. Agouris, P., Doucette, P., Stefanidis, A.," Spatiospectral cluster analysis of elongated regions in aerial imagery". In: IEEE Internat. Conf. Image Process. (ICIP) 2001, Thessaloniki, Greece, vol. 2, 2001, pp. 789–792.
2. Agouris, P., Gyftakis, S., Stefanidis, A., "Dynamic node distribution in adaptive snakes for road extraction". In: Vision Interface, Ottawa, Canada, 2001, pp. 134–140.
3. Agouris, P., Gyftakis, S., Stefanidis, A., "Quality-aware deformable models for change detection". In: IEEE ICIP 2001 Thessaloniki, Greece, vol. 2, 2001, pp. 805–808.
4. Al-Amri, S.S., Kalyankar, N.V. , Khamitkar, S.D.,"A Comparative Study of Removal Noise from Remote Sensing Image ", International Journal of Computer Science Issues, Vol. 7, Issue. 1, No. 1, January 2010.
5. Ameri, F., Mobaraki A.M. and Valadan Zoej, M.J., "Semi-automatic extraction of different-shaped road centerlines from ms and pan-sharped ikonos images" XXXVII ISPRS Congress, Beijing, China, 2008.
6. Amini, J., Saradjian, M.R., Blais, J.A.R., Lucas, C., Azizi, A., "Automatic road side extraction from large scale image maps". Internat. J. Appl. Earth Observat. Geoinformat. 4, 2002, 95–107.
7. Anil, P.N., Natarajan, S., "Automatic Road Extraction from High Resolution Imagery Based On Statistical Region Merging and Skeletonization", International Journal of Engineering Science and Technology Vol. 2(3), 2010, 165-171.
8. Arulampalam, M.S., Maskell S., Gordon N., et al. "A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking", IEEE Transactions Signal Processing*,* 2002, 50(2): 174-188.
9. Bai, X., Latecki, L. J., Liu, W. Y., "Skeleton Pruning by Contour Partitioning with Discrete Curve Evolution". IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 9: 505–511, 1987.
10. Bacher, U., Mayer H., "Automatic road extraction from multispectral high resolution satellite images", In: Stilla U, Rottensteiner F, Hinz S (Eds) CMRT05. IAPRS, Vol. XXXVI, Part 3/W24 Vienna, Austria, August 29-30, 2005.
11. Blake, A., Isard M.,"**Active Contours: The Application of Techniques from Graphics, Vision, Control Theory and Statistics to Visual Tracking of Shapes in Motion**"**,** Springer-Verlag New York, Inc.  Secaucus, NJ, USA, 1998, pp. 120-124.
12. Blum, H. "Biological Shape and Visual Science" (Part I). J. Theoretical Biology, 38:205-287, 1973.
13. Chiang, T.Y., Hsieh, Y.H., Lau, W., "Automatic road extraction from aerial images". Stanford education, 2001.
14. Cufí, X., Muñoz, X., Freixenet, J., Martí, J.," A review on image segmentation techniques integrating region and boundary information". Advances in Imaging and Electronics Physics 120 (2002) 1-32.
15. Dal Poz, A.P,Do Vale, G.M,"Dynamic Programming for Semi-Automated

Road Extraction From Medium-And High-Resolution Images", International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing

and Spatial Information Sciences,2003,34:Part 3/W8.

1. Felzenszwalb, P.F., Huttenlocher, D.P.,"Image Segmentation Using Local Variation", [CVPR98](http://www.visionbib.com/bibliography/journal/cvp.html#CVPR98) 1998, pp. 98-104.
2. Fua, P. "Model Based Optimization Accurate and Consistent Site Modeling",  
   International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Volume (31) B3/III, pages 222-233,1996.
3. Grote, A., Butenuth, M., Heipke C.,"Road extraction in suburban areas based on normalized cuts", International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 36, 2007 , pp 51-56.
4. Gruen, A., Li, H, "Semi-automatic road extraction by dynamic programming and LSB-Snakes", PhEngRS Journal, 1997, Vol. 63, pp. 985-995.
5. Gonzalez, R.C. and Woods, R.E.,"Digital Image Processing, Second Edition", Prentice Hall, 2002.
6. Jeon, B.K., Jang, J., Hong, K., "Map based road detection in spaceborne synthetic aperture radar images based on curvilinear structure extraction". Opt. Eng. 39 (9), 2000, 2413–2421.
7. Jin, H., Feng, Y., "Towards an automatic road lane marks extraction based on ISODATA segmentation and shadow detection from large-scale aerial images". In 24th FIG International Congress, 11-16 April, 2010, Sydney, N.S.W.
8. Kass, M., Witkin, A., Terzopoulos, D., "Snakes: Active contour models". Internat. J. Comput. Vis., 1987, 321–331.
9. Katartzis, A., Sahli, H., Pizurica, V., Cornelis, J., "A model based approach to the automatic extraction of linear features from airborne images". IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing 39 (9), 2001, pp 2073–2079.
10. Kicherer, S., Malpica, J.A., Alonso, M.C. "An Interactive Technique for Cartographic Feature Extraction from Aerial and Satellite Image Sensors", Sensors 2008, pp. 4786-4799.
11. Li, H., "Semi-automatic road extraction from satellite and aerial images". Ph.D. Thesis, Report no. 61, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH-Zurich, Switzerland, 1997.
12. Li, Y., Xu L., Piao H., "Semi-automatic Road Extraction from High-Resolution Remote Sensing Image: Review and Prospects", HIS, vol. 1, pp.204-209, 2009 Ninth International Conference on Hybrid Intelligent Systems, 2009**.**
13. Marikhu, R., Dailey M.N, Stanislav, S. and Kiyoshi, M.H.

"A Family of Quadratic Snakes for Road Extraction" ACCV (1)

2007, pp 85-94.

1. Mayer, H., Laptev, I., Baumgartner, A., Steger, C.T.,

"Automatic Road Extraction Based on Multi-Scale Modeling,

Context, and Snakes". IAPRS, XXXII, 1997, 106-113.

1. Mena, J.B. "State of the art on automatic road extraction for GIS update: a novel classification", Pattern Recognition Letters 24, 2003.
2. Movaghati, S., Moghaddamjoo, A. and A. Tavakoli. "Using Unscented Kalman Filter for Road Tracing From Satellite Images", Modeling & Simulation, 2008. AICMS 08. Second Asia International Conference on Page(s): 379 - 384, 13-15 May 2008.
3. Nakaguro, Y., Makhanov, S.S and Daily, M.N, "Numerical Experiments with Cooperating Multiple Quadratic Snakes for Road Extraction" InternationalJournal of Geographical Information Science, 1362-3087, November 2010.
4. Neuenschwander, W., Fua P., Szekely G. and Kubler O., "Ziplock Snakes"   
   [SRI Technical N](http://www.visionbib.com/bibliography/journal/sri.html#SRI-TN)ote 548, September 1994.
5. Nock, R., Nilsen F., "Statistical Region Merging", IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 26, n. 11 November 2004.
6. Pérez, P., Blake A., Gangnet M., "Jetstream: Probabilistic contour extraction with particles" Proc. Int’l Conf. Computer Vision, July 2001.
7. Ramesh, M., Matthew N.D., Stanislav, M., Kiyoshi H.,"A Family of Quadratic Snakes for Road Extraction", ACCV (1)

2007, pp. 85-94.

1. Reggiani, A., Cattaneo S., Janic M. and Nijkamp P., "Combined freight transport in Europe: Policy issues and forecast scenarios with reference to the Alpine case." In Proceedings of the 11th International Symposium of the PRSCO Secretariat, 1999.
2. Rochery, M., Jermyn, I.H. and Zerubia, J.B.," Higher Order Active Contours ", IJCV, Vol. 69 NO. 1 pp. 27-42, August 2006.
3. Rohit, M, Shalini S, Gupta P.R., Manish K.S.,"Road Extracting Using K-Means Clustering and Morphlogical Operations", International Journal of Advanced Engineering Sciences and Technologies, Vol No. 5, Issue No. 2, 290 – 295, 2011.
4. Serra, J." Image Analysis and Mathematical Morphology", Volume 1.  
   Academic Press, London, 1982.
5. Steger, C.T., Mayer, H., Radig, B. "The Role of Grouping for Road Extraction",  
   Ascona97, 1997, pp. 245-256.
6. Vosselman, G., de Knecht, J., "Road Tracing by Profile Matching and Kalman Filtering", In Proceedings Workshop on Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images,1995,pp.265-274.
7. Xu, C.Y., Prince, J.L., "Snakes, Shapes, and Gradient Vector Flow", IEEE Transaction On Image Processing, Vol. 7, No. 3, March 1998.
8. Ye, F., Su, L., Tang, J., "Automatic Road Extraction Using Particle Filters from High Resolution Images", J. China Univ. of Mining & Tech., 2006.
9. Yilmaz, A., Javed, O., Shah, M., "Object tracking: A survey", ACM Comput. Surv. 38, 4, Article 13**,** Dec. 2006, 45 pages**.**
10. Zhu, H.Q., Mordohai, P., "A Minimum Cover Approach for Extracting the Road Network from Airborne LIDAR Data" 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM), 2009.

1. Zhang, C., Murai, S., Baltsavias, E., "Road network detection by mathematical morphology". In: Proc. ISPRS Workshop on 3D Geospatial Data Production: Meeting Applicat. Requirements, Paris, 1999, pp. 185–200.
2. Zhang, D., Liu B., Wang H., "Parallel Active Contour Model for Main Road Segments Extraction From High-resolution Remote Sensing Images",  
   Actaphotonica sinica, 2007, pp.1345-1350.

## נספח איורים וטבלאות

**רשימת איורים**

1. איור 2.1 עמ' 24 - מיזוג תת איזורים בתמונה באמצעות מיזוג איזורים סטטיסטי
2. איור 2.2 עמ' 26 - הדגמה מספרית לסגמנטצית יתר המתרחשת באלגוריתם מיזוג איזוורים  
    סטטיסטי
3. איור 2.3 עמ' 28 - **עיוות שלד הדרך הנגרם בשל גגות בתים הנמצאים לצד הדרך וצל עצים  
    המוטל עליה**
4. איור 2.4 עמ' 29 - **גיזום ענפים קצרים באמצעות** discrete curve evolution
5. איור 3.1 עמ' 32 - אליפסה מינימלית החוסמת אוביקטים והאלכסון הארוך שלה (לקוח מתוך  
    [47])
6. איור 3.2 עמ' 33 - פעולת הזזה
7. איור 3.3 עמ' 33 - פעולת הרחבה
8. איור 3.4 עמ' 35 - טרנספורמצית פגיעה או החמצה (Hit-or-Miss)
9. איור 3.5 עמ' 36 - אלמנטים מבניים לביצוע thinning (לקוח מתוך [20](
10. איור 3.6 עמ' 36 - דיקוק (thinning) של דרך לשלד ברוחב פיקסל בודד
11. איור 3.7 עמ' 37 - גרף המיצג את התפלגות אורכי האלכסונים (בפיקסלים) של האליפסה  
     החוסמת את האוביקטים השונים בתמונה בה קיימת דרך אחת ארוכה  
     והרבה אלמנטים קצרים
12. איור 3.8 עמ' 38 - צילום ברזולוציה של m1 של חלק מן העיר טורונטו, קנדה (לקוח מתוך  
     [47])
13. איור 3.9 עמ' 39 - תופעת לוואי של ביצוע פתיחה מורפולוגית: העלמות חלקי דרך מוצלים  
     לאחר ביצוע הפתיחה (לקוח מתוך [47] עם סימון החלק שנעלם
14. איור 3.10 עמ' 39 - פערים הקיימים בשלד שהתקבל לאחר ביצוע דיקוק (לקוח מתוך [47])
15. איור 3.11 עמ' 40 - אלמנטים מבניים המשמשים למציאת נקודות קצה בשלד (לקוח מתוך [47])
16. איור 3.12 עמ' 41 - *שחזור של פערים בדרך (לקוח מתוך [47])*
17. איור 3.13 עמ' 42 - קישור רשת הדרכים (צד שמאל), פעולת סגירה מורפולוגית מופעלת על  
     מנת לשלוט ברוחב הדרך (צד ימין) (לקוח מתוך [47])
18. איור 4.1 עמ' 45 - normal displacement
19. איור 4.2 עמ' 48 - עידון חיפוש צמתים לאורך הדרך (לקוח מתוך [19])
20. איור 4.3 עמ' 49 - בחירת פיקסלים מועמדים לעידון באינטרול בגודל שלוש
21. איור 4.4 עמ' 50 - בדיקת קו-לינאריות מאפשרת מחיקת צמתים. בדיקה שעקמומיות הדרך  
     הנוצרת מהכנסת צומת חדש אינה גדולה מדי (לקוח מתוך [19])
22. איור 5.1 עמ' 51 - קירוב ראשוני למתאר הדרך באמצעות נחש (צד שמאל) , נחש המיצג את  
     הפתרון לבעית חילוץ הדרך (צד ימין) (לקוח מתוך [19])
23. איור 5.2 עמ' 52 - אפשרויות שונות לצורה הגאומטרית של הנחש: נחש בעל שיפוע קטן  
     (למעלה משמאל) לעומת נחש בעל שיפוע גדול (למעלה ימין) , נחש בעל  
     עקמומיות קטנה (למטה משמאל) לעומת נחש בעל עקמומיות גדולה (למטה  
     מימין)
24. איור 5.3 עמ' 54 - מתאר פעיל דמוי נחש (לקוח מתוך [29])
25. איור 5.4 עמ' 58 - גבולות הכח של נחש רוכסן (לקוח מתוך [33])
26. איור 5.5 עמ' 58 - מודל של נחש סרט (לקוח מתוך [17])
27. איור 5.6 עמ' 60 - הגרדיאנטים השמאלי והימני של התמונה והטלתם על וקטור נורמל היחידה  
     של הנחש (לקוח מתוך [17])
28. איור 5.7 עמ' 60 - בעית התכנסות של נחשים ללא שדה גרדיאנט וקטורי לאיזורים קעורים  
     מודגמת באמצעות מתאר דמוי האות האנגלית U (לקוח מתוך [43])
29. איור 5.8 עמ' 62 - התכנסות של נחשים באמצעות כוח חיצוני של GVF לאיזורים קעורים  
     (לקוח מתוך [43])
30. איור 5.9 עמ' 64 - *גרף פונקצית יחסי הגומלין בין נקודות הנחש הריבועי*
31. איור 5.10 עמ' 65 - נקודות קרובות זו לזו הנמצאות באותו שול של הדרך מתאפיינות  
     בגרדיאנטים מקבילים (צד שמאל). נקודות קרובות זו לזו הנמצאות בשני  
     שולי הדרך מתאפיינות בגרדיאנטים אנטי-מקבילים (צד ימין) (לקוח מתוך  
     [38])
32. איור 5.11 עמ' 66 - חילוץ חלק סגור מרשת הדרכים באמצעות נחש פנימי מתרחב ונחש חיצוני  
     מתכווץ
33. איור 5.12 עמ' 69 - ניסוי חילוץ רשת דרכים מורכבת באמצעות נחשים במודל לינארי וריבועי  
     (לקוח מתוך [32])
34. איור 6.1 עמ' 76 - שינוי ברוחבה של הדרך הנגרם בשל הסתעפות
35. איור 6.2 עמ' 76 - תמונת חלק מן העיר טורונטו, קנדה (לקוח מתוך [47]) עליה מסומן קו  
     אדום בקטע דרך בו קיימת הסתרה חלקית של רוחב הדרך ע"י עץ ובמלבן  
     אדום עץ המסתיר את כל רוחבה של הדרך
36. איור 6.3 עמ' 77 - אפשרויות לבצע קישור של סגמנטי דרך. אפשרויות נכונות לעומת  
     אפשרויות לא נכונות
37. איור 6.4 עמ' 78 - מקרים בהם תוצאת ריצת האלגוריתם המבוסס על משפחת נחשים  
     ריבועיים הניבה תוצאה שגויה בקישור של סגמנטי דרך (סימונים על  
     תמונות הלקוחות מתוך [32])
38. איור 6.5 עמ' 78 - מצב אופיני לקטע דרך בו קיים סגמנט שהגוון הממוצע שלו אינו תואם את  
     זה של קטעי הדרך אבל הוא קרוב הרבה יותר לגוון זה מאשר לגוון סביבת  
     הדרך
39. איור 6.6 עמ' 79 - קישור שני נחשים קרובים זה לזה בנקודות בעלות עקמומיות גבוהה בהן  
     המשיקים הם בקירוב אנטי-מקבילים. סימוני הנחשים באדום הם על גבי  
     חלק מרשת הדרכים של טורנטו, קנדה (לקוחה מתוך [32]) בהגדלה

**רשימת טבלאות**

1. טבלה 6.1 עמ' 77 – אפשרויות לבצע קישור של סגמנטי דרך. אפשרויות נכונות לעומת  
    אפשרויות לא נכונות

### 